

Die Mechanik in ihrer Entwicklung
Historisch-kritisch dargestellt

Ernst Mach

1912

Vorwort

Da das Copyright des Hauptwerks von Ernst Mach abgelaufen ist, habe ich mich drangemacht, das Werk einzuscannen, und mit bewährter Technik (L^AT_EX) neu zu setzen. Das ist im Moment noch nicht vollständig, soll aber weiter wachsen. Aktuell sind die Einleitung und die Abschnitte 2.4 bis 2.10 enthalten, weil die nach meiner bescheidenen Meinung die wichtigsten Teile des Werkes sind.

Bernd Paysan

Einleitung

1. Jener Teil der Physik, welcher der älteste und einfachste ist und daher auch als Grundlage für das Verständnis vieler anderer Teile der Physik betrachtet wird, beschäftigt sich mit der Untersuchung der Bewegung und des Gleichgewichts der Massen. Er führt den Namen *Mechanik*.

2. Die Entwicklungsgeschichte der Mechanik, deren Kenntnis auch zum vollen Verständnis der heutigen Form dieser Wissenschaft unerlässlich ist, liefert ein einfaches und lehrreiches Beispiel der Prozesse, durch welche die Naturwissenschaften überhaupt zustande kommt.

Die *instinktive* unwillkürliche Kenntnis der Naturvorgänge wird wohl stets der wissenschaftlichen willkürlichen Erkenntnis, der *Erforschung* der Erscheinungen, vorausgehen. Erstere wird erworben durch die Beziehung der Naturvorgänge zur Befriedigung unserer Bedürfnisse. Die Erwerbung der elementarsten Kenntnisse fällt sogar sicherlich nicht dem Individuum allein anheim, sondern wird durch die Entwicklung der Art vorbereitet.

In der Tat haben wir zu unterscheiden zwischen mechanischen Erfahrungen und Wissenschaft der Mechanik im heutigen Sinne. Mechanische Erfahrungen sind ohne Zweifel sehr alt. Wenn wir die altägyptischen oder assyrischen Denkmäler durchmustern, finden wir die Abbildung (Fig. 1) von mancherlei Werkzeugen und mechanischen Vorrichtungen, während die Nachrichten über die wissenschaftlichen Kenntnisse dieser Völker entweder fehlen, oder doch nur auf eine sehr niedere Stufe derselben schließen lassen. Neben sehr sinnreichen Geräten bemerken wir wieder ganz rohe Prozeduren, wie z. B. den Transport gewaltiger Steinmassen durch Schlitten. Alles trägt den Charakter des Instinktiven, des Undurchgebildeten, des zufällig Gefundenen.

Auch die Gräber aus vorhistorischer Zeit enthalten viele Werkzeuge, deren Anfertigung und Handhabung eine nicht unbeträchtliche technische Fertigkeit und mancherlei mechanische Erfahrungen voraussetzt. Lange bevor also an eine Theorie im heutigen Sinne gedacht werden kann, finden wir Werkzeuge, Maschinen, mechanische Erfahrungen und Kenntnisse.

3. Zuweilen drängt sich der Gedanke auf, daß wir durch die unvollständigen schriftlichen Nachrichten zu einem falschen Urteil über die alten Völker verleitet werden. Es finden sich nämlich bei den alten Autoren einzelne Stellen, aus welchen viel tiefere Kenntnisse hervorzublicken scheinen, als man den betref-

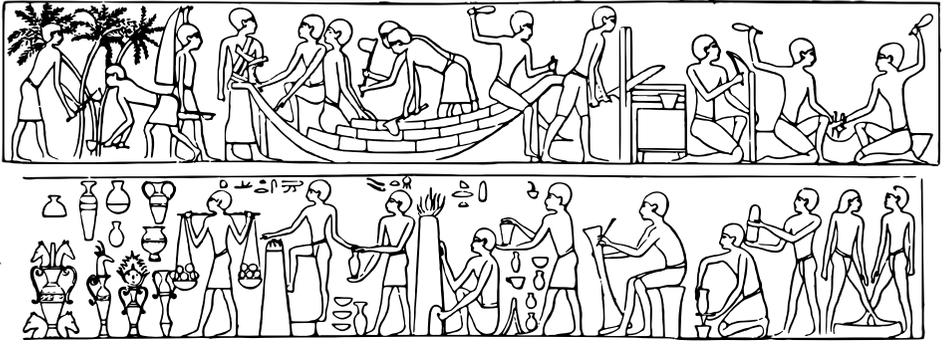


Fig. 1.

fenden Völkern zuzuschreiben pflegt. Betrachten wir des Beispiels wegen nur eine Stelle bei Vitruv, „De architectura“, Lib. V, Cap. III, 6. Dieselbe lautet:

„Die Stimme aber ist ein fließender Hauch und infolge der Luftbewegung durch das Gehör vernehmlich; sie bewegt sich in unendlichen kreisförmigen Rundungen fort, wie in einem stehenden Wasser, wenn man einen Stein hineinwirft, unzählige Wellenkreise entstehen, welche wachsend sich soweit als möglich vom Mittelpunkt ausbreiten, wenn nicht die beengte Stelle sie unterbricht, oder irgendeine Störung, welche nicht gestattet, daß jene kreislinienförmigen Wellen bis ans Ende gelangen; denn so bringen die ersten Wellenkreise, wenn sie durch Störungen unterbrochen werden, zurückwogend die Kreislinien der nachfolgenden in Unordnung. Nach demselben Gesetz bringt auch die Stimme solche Kreisbewegungen hervor, aber im Wasser bewegen sich die Kreise auf der Fläche bleibend nur in der Breite fort; die Stimme aber schreitet einerseits in der Breite vor und steigt andererseits stufenweise in die Höhe empor.“

Meint man hier nicht einen populären Schriftsteller zu hören, dessen unvollkommene Auseinandersetzung auf uns gekommen ist, während vielleicht gediegenere Werke, aus welchen er geschöpft hat, verloren gegangen sind? Würden nicht auch wir nach Jahrtausenden in einem sonderbaren Lichte erscheinen, wenn nur unsere populäre Literatur, die ja auch der Masse wegen schwerer zerstörbar ist, die wissenschaftliche überdauern sollte? Freilich wird diese günstige Auffassung durch die Menge der andern Stellen wieder erschüttert, welche so grobe und offenbare Irrtümer enthalten, wie wir sie bei höherer wissenschaftlicher Kultur kaum für möglich halten können.

Je mehr wir übrigens durch neuere Forschungen über die antike naturwissenschaftliche Literatur erfahren, desto günstiger wird unser Urteil. So hat Schiaparelli sehr zur Schätzung der griechischen Astronomie beigetragen, und Govi hat uns durch seine Ausgabe der Optik des Ptolemäus reiche Schätze vermittelt. Die noch vor kurzem verbreitete Meinung, daß die Griechen insbesondere das Experiment ganz vernachlässigt hätten, kann heute nicht mehr im frühern

Umfang aufrechterhalten werden. Die ältesten Experimente sind wohl jene der Pythagoräer, welche das Monochord mit verschiebbarem Steg zur Bestimmung der Seitenlängen bei harmonischem Verhältnis benutzten. Des Anaxagoras' Nachweis der Körperlichkeit der Luft durch einen aufgeblähten verschlossenen Schlauch und des Empedokles' mit nach unten gekehrter Mündung ins Wasser getauchtes Gefäß (Arist. Phys.) sind primitive Experimente. Planmäßige Versuche über Lichtbrechung stellt schon Ptolemäus an, und heute noch interessant sind dessen physiologisch-optische Beobachtungen. Aristoteles (Meteor.) berichtet über Beobachtungen, welche zur Erklärung des Regenbogens leiten. Die unsinnigen Sagen, die geeignet sind, unser Mißtrauen zu erregen, wie jene von Pythagoras und den Schmiedehämmern, welche ein harmonisches, ihrem Gewicht entsprechendes Intervall hören ließen, mögen der Phantasie unwissender Berichterstatter entsprungen sein. Plinius ist reich an solchen kritiklosen Berichten. Sie sind im Grunde auch nicht schlechter und unrichtiger als die Erzählungen von Newtons fallendem Apfel und von Watts Teekessel. Vielleicht werden dieselben noch verständlicher, wenn wir die Schwierigkeit und Kostbarkeit der Herstellung der antiken Schriften und deren dadurch bedingte spärlichere Verbreitung in Erwägung ziehen. Was sich in engem Rahmen über diese Fragen sagen läßt, findet sich bei J. Müller: „Über das Experiment in den Physik. Studien der Griechen“. Naturwiss. Verein zu Innsbruck, XXIII, 1896–97.

4. Wann, wo und in welcher Art die Entwicklung der Wissenschaft wirklich begonnen hat, ist jetzt historisch schwer zu ermitteln. Es scheint aber trotzdem natürlich, anzunehmen, daß die instinktive Sammlung von Erfahrungen der wissenschaftlichen Ordnung derselben vorausgegangen sei. Die Spuren dieses Prozesses lassen sich an der heutigen Wissenschaft noch nachweisen, ja wir können den Vorgang an uns selbst gelegentlich beobachten. Die Erfahrungen, welche der auf Befriedigung seiner Bedürfnisse ausgehende Mensch unwillkürlich und instinktiv macht, verwendet er ebenso gedankenlos und unbewußt. Hierher gehören z. B. die ersten Erfahrungen, welche die Anwendung der Hebel in den verschiedensten Formen betreffen. Was man aber so gedankenlos und instinktiv findet, kann nie als etwas Besonderes, nie als etwas Auffallendes erscheinen, gibt in der Regel auch zu keinen weitem Gedanken Anlaß.

Der Übergang zur geordneten, wissenschaftlichen Erkenntnis und Auffassung der Tatsachen ist erst dann möglich, wenn sich besondere Stände herausgebildet haben, die sich die Befriedigung bestimmter Bedürfnisse der Gesellschaft zur Lebensaufgabe machen. Ein solcher Stand beschäftigt sich mit besondern Klassen von Naturvorgängen. Die Personen dieses Standes wechseln aber; alte Mitglieder scheiden aus, neue treten ein. Es ergibt sich nun die Notwendigkeit, den Neueintretenden die Vorhandenen Erfahrungen mitzuteilen, die Notwendigkeit, ihnen zu sagen, auf welche Umstände es bei der Erreichung eines gewissen Zieles eigentlich ankommt, um den Erfolg im voraus zu bestimmen. Erst bei dieser Mitteilung wird man zu scharfer Überlegung genötigt, wie dies jeder heute noch an sich selbst beobachten kann. Andererseits fällt dem neueintretenden Mitglied eines Standes dasjenige, was die übrigen gewohnheitsmäßig

treiben, als etwas Ungewöhnliches auf und wird so ein Anlaß zum Nachdenken und zur Untersuchung.

Will man einem andern gewisse Naturerscheinungen oder Vorgänge zur Kenntnis bringen, so kann man ihn dieselben entweder selbst beobachten lassen; dann entfällt aber der Unterricht; oder man muß ihm die Naturvorgänge auf irgendeine Weise beschreiben, um ihm die Mühe, jede Erfahrung selbst aufs neue zu machen, zu ersparen. Die Beschreibung ist aber nur möglich in bezug auf Vorgänge, die sich immer wiederholen oder doch nur aus Teilen bestehen, die immer wiederkehren. Beschrieben, begrifflich in Gedanken nachgebildet, kann nur werden, was gleichförmig, gesetzmäßig ist, denn die Beschreibung setzt die Anwendung von Namen für die Elemente voraus, welche nur bei immer wiederkehrenden Elementen verständlich sein können.

5. In der Mannigfaltigkeit der Naturvorgänge erscheint manches gewöhnlich, anderes ungewöhnlich, verwirrend, überraschend, ja sogar dem Gewöhnlichen widersprechend. Solange dies der Fall ist, gibt es keine ruhige einheitliche Naturauffassung. Es entsteht somit die Aufgabe, die gleichartigen, bei aller Mannigfaltigkeit stets vorhandenen Elemente der Naturvorgänge aufzusuchen. Hierdurch wird einerseits die sparsamste, kürzeste Beschreibung und Mitteilung ermöglicht. Hat man sich andererseits die Fertigkeit erworben, diese gleichbleibenden Elemente in den mannigfaltigsten Vorgängen wiederzuerkennen, sie in denselben zusehen, so führt dies zur übersichtlichen, einheitlichen, widerspruchslosen und mühelosen Erfassung der Tatsachen. Hat man es dahin gebracht, überall dieselben wenigen einfachen Elemente zu bemerken, die sich in gewohnter Weise zusammenfügen, so treten uns diese als etwas Bekanntes entgegen, wir sind nicht mehr überrascht, es ist uns nichts mehr an den Erscheinungen fremd und neu, wir fühlen uns in denselben zu Hause, sie sind für uns nicht mehr verwirrend, sondern erklärt. Es ist ein Anpassungsprozeß der Gedanken an die Tatsachen, um den es sich hier handelt.

6. Die Ökonomie der Mitteilung und Auffassung gehört zum Wesen der Wissenschaft, in ihr liegt das beruhigende, aufklärende und ästhetische Moment derselben, und sie deutet auch unverkennbar auf den historischen Ursprung der Wissenschaft zurück. Anfänglich zielt alle Ökonomie nur unmittelbar auf Befriedigung der leiblichen Bedürfnisse ab. Für den Handwerker und noch mehr für den Forscher wird die kürzeste, einfachste, mit den geringsten geistigen Opfern zu erreichende Erkenntnis eines bestimmten Gebietes von Naturvorgängen selbst zu einem ökonomischen Ziel, bei welchem, obgleich es ursprünglich Mittel zum Zweck war, wenn einmal die betreffenden geistigen Triebe entwickelt sind und ihre Befriedigung fordern, an das leibliche Bedürfnis gar nicht mehr gedacht wird.

Was also in den Naturvorgängen sich gleichbleibt, die Elemente derselben und die Art ihrer Verbindung, ihrer Abhängigkeit voneinander, hat die Naturwissenschaft aufzusuchen. Sie bestrebt sich, durch die übersichtliche und vollständige Beschreibung das Abwarten neuer Erfahrungen unnötig zu machen, dieselben zu ersparen, indem z. B. vermöge der erkannten Abhängigkeit

der Vorgänge voneinander, bei Beobachtung eines Vorganges die Beobachtung eines andern, dadurch schon mitbestimmten und vorausbestimmten, unnötig wird. Aber auch bei der Beschreibung selbst kann Arbeit gespart werden, indem man Methoden aufsucht, möglichst viel auf einmal und in der kürzesten Weise zu beschreiben. Alles dies wird durch die Betrachtung des Einzelnen viel klarer werden, als es durch allgemeine Ausdrücke erreicht werden kann. Doch ist es zweckmäßig, auf die wichtigsten Gesichtspunkte hier schon vorzubereiten.

7. Wir wollen nun auf unsern Gegenstand näher eingehen und hierbei, ohne die Geschichte der Mechanik zur Hauptsache zu machen, die historische Entwicklung so weit beachten, als dies zum Verständnis der gegenwärtigen Gestaltung der Mechanik nötig ist und als es den Zusammenhang in der Hauptsache nicht stört. Abgesehen davon, daß wir den großen Anregungen nicht aus dem Wege gehen dürfen, die wir von den bedeutendsten Menschen aller Zeiten erhalten können und die zusammengenommen auch ausgiebiger sind, als sie die besten Menschen der Gegenwart zu bieten vermögen, gibt es kein großartigeres, ästhetisch erhebenderes Schauspiel als die Äußerungen der gewaltigen Geisteskraft der grundlegenden Forscher. Noch ohne alle Methode, welche ja durch ihre Arbeit erst geschaffen wird, und die ohne Kenntnis ihrer Leistung immer unverstanden bleibt, fassen sie und bezwingen sie ihren Stoff und prägen ihm die begrifflichen Formen auf. Jeder, der den ganzen Verlauf der wissenschaftlichen Entwicklung kennt, wird natürlich viel freier und richtiger über die Bedeutung einer gegenwärtigen wissenschaftlichen Bewegung denken als derjenige, welcher, in seinem Urteil auf das von ihm selbst durchlebte Zeitelement beschränkt, nur die augenblickliche Bewegungsrichtung wahrnimmt.

Kapitel 2

Entwicklung der Prinzipien der Dynamik.

2.4 Erörterung und Veranschaulichung des Gegenwirkungsprinzips.

1. Wir wollen uns nun einen Augenblick dem Newtonschen Gedanken hingeben und das Gegenwirkungsprinzip unserm Gefühl und unserer Anschauung näher zu bringen suchen. Wenn zwei Massen M und m (Fig. 2.1) aufeinander wirken, so erteilen sie sich nach Newton *entgegengesetzte* Geschwindigkeiten V und v , welche sich verkehrt wie die Massen verhalten, so daß $MV + mv = 0$.



Fig. 2.1.

Man kann diesem Grundsatz den Anschein großer Evidenz durch folgende Betrachtung geben. Wir denken uns zunächst zwei vollkommen (auch in chemischer Beziehung) *gleiche* Körper a (Fig. 2.2). Stellen wir dieselben einander gegenüber und lassen wir sie aufeinander wirken, so ist bei Ausschließung des Einflusses eines dritten Körpers und des Beschauers die Erteilung von *gleichen* entgegengesetzten Geschwindigkeiten nach der Richtung der Verbindungslinie die einzige eindeutig bestimmte Wechselwirkung.



Fig. 2.2.

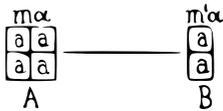


Fig. 2.3.

Nun stellen wir (Fig. 2.3) m solcher Körper a in A zusammen und stellen denselben m' solcher Körper a in B entgegen. Wir haben also Körper, deren Materiemengen oder Massen sich wie $m : m'$ verhalten. Die Distanz beider Gruppen nehmen wir so groß, daß wir von der Ausdehnung der Körper absehen können. Betrachten wir nun die Beschleunigungen α , welche je zwei Körper a sich erteilen, als voneinander unabhängig. Jeder Teil in A wird nun durch B die Beschleunigung $m'\alpha$, jeder Teil in B durch A die Beschleunigung $m\alpha$ erhalten, welche Beschleunigungen also den Massen verkehrt proportioniert sein werden.

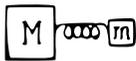


Fig. 2.4.

2. Wir stellen uns nun eine Masse M mit einer Masse m (beide bestehend aus lauter gleichen Körpern a) elastisch verbunden vor (Fig. 2.4). Die Masse m erhalte durch eine äußere Ursache eine Beschleunigung φ . Sofort tritt eine Zerrung an der Verbindung auf, wodurch einerseits m verzögert, M aber beschleunigt wird. Sobald sich beide Massen mit derselben Beschleunigung bewegen, hat die weitere Zerrung der Verbindung ein Ende. Nennen wir α die Beschleunigung von M , β die Verminderung der Beschleunigung von m , so ist dann $\alpha = \varphi - \beta$, wobei nach dem Früheren $\alpha M = \beta m$. Hieraus folgt

$$\alpha + \beta = \alpha + \frac{\alpha M}{m} = \varphi \quad \text{oder} \quad \alpha = \frac{m\varphi}{M + m} .$$

Wollte man noch mehr auf die Einzelheiten des Vorgangs eingehen, so würde man erkennen, daß die beiden Massen neben ihrer fortschreitenden Bewegung meist noch eine schwingende Bewegung gegeneinander ausführen. Entwickelt die Verbindung schon bei geringer Zerrung eine große Spannung, so kann es zu keiner großen Schwingungsweite kommen, und man kann von dieser schwingenden Bewegung ganz absehen, wie wir es getan haben.

Wenn wir den Ausdruck $\alpha = \frac{m\varphi}{M+m}$, welcher die Beschleunigung des ganzen Systems bestimmt, in Augenschein nehmen, so sehen wir, daß das Produkt $m\varphi$ bei dieser Bestimmung eine ausgezeichnete Rolle spielt. Es ist deshalb dieses Produkt einer Masse in die derselben erteilte Beschleunigung von Newton mit dem Namen „*bewegende Kraft*“ belegt worden. Dagegen stellt $M + m$ die Gesamtmasse des starren Systems vor. Wir erhalten also die Beschleunigung einer Masse m' , auf welche die bewegende Kraft p wirkt, durch den Ausdruck $\frac{p}{m'}$.



Fig. 2.5.

3. Um zu diesem Resultat zu kommen, ist es durchaus nicht notwendig, daß die beiden miteinander verbundenen Massen in allen Teilen direkt aufeinander wirken. Nehmen wir die drei Massen m_1, m_2, m_3 (Fig. 2.5) als miteinander verbunden an, wobei aber m_1 bloß auf m_2, m_3 nur auf m_2 wirken soll. Die

Masse m , erhalte durch eine äußere Ursache die Beschleunigung φ . Bei der Zerrung erhalten

die Massen	m_3	m_2	m_1
die Beschleunigungen	$+\delta$	$+\beta$	$+\varphi$	
		$-\gamma$	$-\alpha$	

Hierbei sind alle Beschleunigungen nach rechts positiv, nach links negativ gerechnet, und es ist ersichtlich, daß die Zerrung nicht weiter wächst,

$$\begin{aligned} \text{wenn} \quad & \delta = \beta - \gamma, \quad \delta = \varphi - \alpha \\ \text{wobei} \quad & \delta m_3 = \gamma m_2, \quad \alpha m_1 = \beta m_2 \end{aligned}$$

Die Auflösung dieser Gleichungen liefert die gemeinschaftliche Beschleunigung

$$\delta = \frac{m_1 \varphi}{m_1 + m_2 + m_3},$$

also ein Resultat von derselben Form wie zuvor. Wenn also ein Magnet auf ein Stück Eisen wirkt, welches mit einem Stück Holz verbunden ist, so brauchen wir uns nicht darum zu kümmern, welche Holzteile direkt oder indirekt (mit Hilfe anderer Holzteile) durch die Bewegung des Eisenstücks gezerzt werden. Die angestellten Überlegungen dürften dazu beigetragen haben, uns die große Bedeutung der Newtonschen Aufstellungen für die Mechanik fühlbar zu machen. Zugleich werden sie später dazu dienen, die Mängel dieser Aufstellungen leichter klar zu legen.

4. Wenden wir uns nun zu einigen anschaulichen physikalischen Beispielen für das Gegenwirkungsprinzip. Betrachten wir eine Last L auf einem Tisch T (Fig. 2.6). Der Tisch wird nur insofern durch die Last gedrückt, als er umgekehrt die Last drückt, dieselbe also am Fallen hindert. Heißt p das Gewicht, m die Masse und g die Beschleunigung der Schwere, so ist nach Newtons Anschauung $p = mg$. Lassen wir den Tisch mit der Beschleunigung des freien Falles g sich abwärts bewegen, so hört jeder Druck auf denselben auf. Wir erkennen also, daß der Druck auf den Tisch durch die Relativbeschleunigung der Last gegen den Tisch bestimmt ist. Fällt oder steigt der Tisch mit der Beschleunigung γ , so ist beziehungsweise der Druck auf denselben $m(g - \gamma)$ und $m(g + \gamma)$. Man bemerke aber wohl, daß durch eine *konstante* Fall- oder Steiggeschwindigkeit keine Änderung des Verhältnisses herbeigeführt wird. Die *Relativbeschleunigung* ist maßgebend.

Galilei kannte dieses Verhältnis sehr wohl. Die Meinung der Aristoteliker, daß Körper von großem Gewicht rascher fallen, widerlegte er nicht nur durch Experimente, sondern er trieb seine Gegner auch logisch in die Enge. Der größere Körper fällt schneller, sagten die Aristoteliker, weil die obern Teile auf den untern lasten und deren Fall beschleunigen. Dann, meint Galilei, muß wohl ein kleinerer Körper, mit einem größern verbunden, wenn ersterer an sich die Eigenschaft hat, langsamer zu fallen, den größern verzögern. Es fällt also dann ein

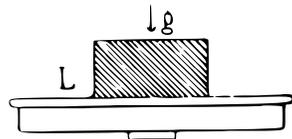


Fig. 2.6.

größerer Körper langsamer als der kleinere. Die ganze Grundannahme, sagt Galilei, sei falsch, denn ein Teil eines *fallenden* Körpers kann durch sein Gewicht den *ändern* gar nicht drücken.

Ein Pendel mit der Schwingungsdauer $T = \pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ würde, wenn die Achse die Beschleunigung γ abwärts erhielte, die Schwingungsdauer $T = \pi\sqrt{\frac{l}{g-\gamma}}$ annehmen und im freien Fall eine unendliche Schwingungsdauer erhalten, d. h. aufhören zu schwingen.

Wenn wir selbst von einer Höhe herabspringen oder fallen, haben wir ein eigentümliches Gefühl, welches durch die Aufhebung des Gewichtsdrucks der Körperteile aufeinander, des Blutes usw. bedingt sein muß. Ein ähnliches Gefühl, als ob der Boden unter uns versinken würde, müßten wir auf einem kleineren Weltkörper haben, wenn wir plötzlich dorthin versetzt würden. Das Gefühl des fortwährenden Erhebens, wie bei einem Erdbeben, würde sich auf einem größeren Weltkörper einstellen.

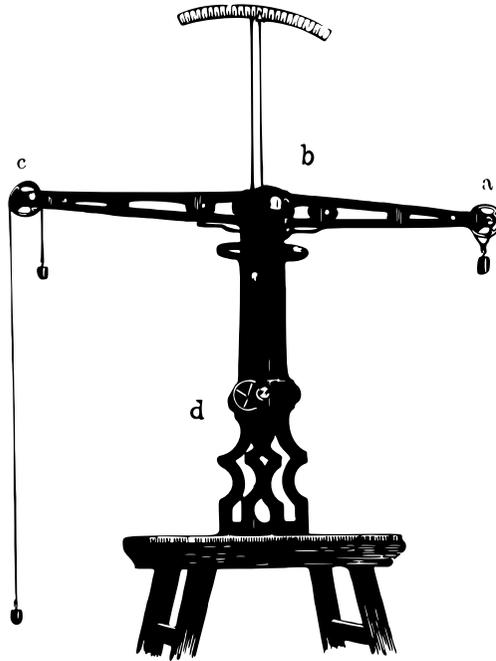


Fig. 2.7.

5. Diese Verhältnisse werden durch einen von Poggendorff konstruierten Apparat (Fig. 2.7) sehr schön erläutert. Über eine Rolle *c* am Ende eines Wagebalkens wird ein beiderseits mit dem Gewicht *P* belasteter Faden gelegt. Man legt einerseits das Gewicht *p* hinzu (Fig. 2.8a) und bindet es an der Achse der

Rolle durch einen dünnen Faden fest. Die Rolle trägt nun das Gewicht $2P + p$. Sobald man aber den Faden des Übergewichts p abbrennt, beginnt eine gleichförmig beschleunigte Bewegung mit der Beschleunigung γ mit welcher $P + p$ sinkt und andererseits P steigt. Hierbei wird nun die Belastung der Rolle geringer, wie man am Ausschlag der Wage erkennt. Das sinkende Gewicht P wird durch das steigende P kompensiert, dagegen wiegt das Zuleggewicht statt p nunmehr $\frac{p}{g} \cdot (g - \gamma)$.

Da nun $\gamma = \frac{p}{2P+p} \cdot g$, so hat man anstatt p das Gewicht $p \cdot \frac{2P}{2P+p}$ als Belastung der Rolle anzusehen. Das nur teilweise an seiner Fallbewegung gehinderte Gewicht drückt nur teilweise auf die Rolle.

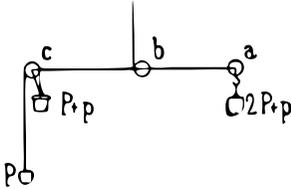


Fig. 2.8a.

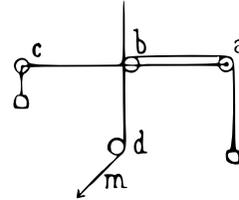


Fig. 2.8b.

Man kann den Versuch variieren. Man führt einen einerseits mit dem Gewicht P belasteten Faden über die Rollen a, b, d des Apparats, wie dies in der Fig. 2.8b angedeutet ist, bindet das unbelastete Ende bei m fest und äquilibriert die Wage. Zieht man an dem Faden bei m , so kann dies, weil die Fadenrichtung genau durch die Achse der Wage geht, keine direkte Wirkung auf dieselbe haben. Doch sinkt sofort die Seite a . Jedes Nachlassen des Fadens bringt a zum Steigen. Die *unbeschleunigte* Bewegung des Gewichts würde das Gleichgewicht nicht stören. Man kann aber nicht ohne Beschleunigung von der Ruhe zur Bewegung übergehen.

6. Eine Erscheinung, welche auf den ersten Blick auffällt, ist die, daß in einer Flüssigkeit spezifisch schwerere oder leichtere Körperchen, wenn sie nur hinreichend klein sind, sehr lange suspendiert bleiben können. Man erkennt jedoch, daß solche Teilchen die Flüssigkeitsreibung zu überwinden haben. Teilt man den Würfel der Fig. 2.8 durch die angedeuteten 3 Schnitte in 8 Teile, die man nebeneinander legt, so bleibt die Masse und das Übergewicht gleich, der Querschnitt und die Oberfläche aber, mit welcher die Reibung Hand in Hand geht, wird verdoppelt.

Es ist nun gelegentlich die Ansicht aufgetreten, daß derartige suspendierte Teilchen auf das durch ein eingetauchtes Aräometer angezeigte spezifische Gewicht keinen Einfluß hätten, weil diese Teilchen ja selbst nur Aräometer wären. Man überlegt aber leicht, daß, sobald diese Teilchen mit konstanter Geschwindigkeit sinken oder steigen, was bei sehr kleinen Teilchen sofort eintritt, die Wirkung auf die Wage und das Aräometer dieselbe sein muß. Denkt man sich

das Aräometer um seine Gleichgewichtslage schwingend, so merkt man, daß die Flüssigkeit mit ihrem ganzen Inhalt mitbewegt werden muß. Man ist also, das Prinzip der virtuellen Verschiebungen anwendend, nicht darüber im Zweifel, daß auch das Aräometer das mittlere spezifische Gewicht angeben muß. Von der Unhaltbarkeit der Regel, nach welcher das Aräometer nur das spezifische Gewicht der Flüssigkeit und nicht auch jenes der suspendierten Teile anzeigen soll, überzeugt man sich durch folgende Überlegung. In einer Flüssigkeit *A* sei eine kleinere Menge einer schwerern Flüssigkeit *B* fein in Tropfen verteilt. Das Aräometer zeige nur das spezifische Gewicht von *A* an. Nimmt man nun von der Flüssigkeit *B* immer mehr, zuletzt ebensoviel als von *A*, so kann man nicht mehr sagen, welche Flüssigkeit in der andern suspendiert ist, welches spezifische Gewicht also das Aräometer anzeigen soll.

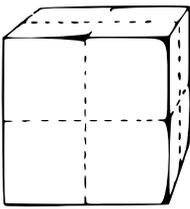


Fig. 2.8.

7. Eine großartige Erscheinung, in welcher sich die Relativbeschleunigung der Körper als maßgebend für ihren gegenseitigen Druck äußert, ist das Flutphänomen. Wir wollen dasselbe hier nur insofern betrachten, als es zur Erläuterung des berührten Punkts dienen kann. Der Zusammenhang des Flutphänomens mit der Mondbewegung äußert sich durch die Übereinstimmung der Flutperiode mit der Mondperiode, durch die Verstärkung der Flut beim Vollmond und Neumond, durch die tägliche Flutverspätung (um 50 Minuten) entsprechend der Verspätung der Mondkulmination usw. In der Tat hat man

schon sehr früh an einen Zusammenhang beider Vorgänge gedacht. Man stellte sich in der Newtonschen Zeit eine Art Luftdruckwelle vor, mit Hilfe welcher der Mond bei seiner Bewegung die Flutwelle erregen sollte.

Das Flutphänomen macht auf jeden, der es zum erstenmal in seiner ganzen Größe beobachtet, einen überwältigenden Eindruck. Wir dürfen uns also nicht wundern, daß es die Forscher aller Zeiten lebhaft beschäftigt hat. Die Krieger Alexanders des Großen kannten vom Mittelmeer her kaum einen Schatten des Flutphänomens und wurden daher durch die gewaltige Flut an der Mündung des Indus nicht wenig überrascht, wie wir dies aus der Beschreibung des CURTIUS RUFUS („Von den Taten Alexanders des Großen“, Lib. IX, Cap. 34–37) entnehmen, die wir hier wörtlich folgen lassen.

„34. Als sie nun etwas langsamer, weil sie in ihrem Lauf durch die Meeresflut zurückgetrieben wurden, eine andere mitten im Strom gelegene Insel erreichten, so legten sie mit der Flotte an und zerstreuten sich, um Proviant zu suchen, ohne Ahnung von dem Ereignis, das die Unkundigen überraschte.

„35. Es war um die dritte Stunde, als der Ozean mit, seinem stetigen Flutwechsel anzurücken und den Fluß zurückzudrängen begann. Erst gestaut, dann heftiger zurückgetrieben, strömte dieser mit größerer Gewalt nach entgegengesetzter Richtung, als Gießbäche im abschüssigen Bett einherschießen. Der Menge war die Natur des Meeres unbekannt, und man glaubte ein Wunder und ein Zeichen des göttlichen Zornes zu sehen. Mit immer erneutem Andrang er-

goß sich das Meer auch auf die kurz zuvor trocknen Gefilde. Und schon waren die Fahrzeuge in die Höhe gehoben und die ganze Flotte zerstreut, als von allen Seiten die ans Land Gesetzten erschreckt und bestürzt durch das unerwartete Unglück zurückrannten. Aber bei Verwirrung fördert auch Eile nicht. Die einen stießen die Schiffe mit Stangen ans Land, andere waren, während sie das Zurechtmachen der Ruder hinderten, festgefahren. Manche hatten bei ihrer Eile, abzustoßen, nicht auf ihre Kameraden gewartet und brachten nun die lahmen und unlenkbaren Schiffe nur in matte Bewegung; andere Schiffe hatten die sich unbedacht auf sie Stürzenden nicht aufnehmen können, und es war gleichzeitig Überfülle und mangelhafte Bemannung, was die Eile hemmte. Das Geschrei, hier, man solle warten, dort, man solle abstoßen, und die widerstreitenden Rufe der niemals ein und dasselbe Wollenden hatten alle Möglichkeit benommen, zu sehen und zu hören. Selbst bei den Steuerleuten war nicht die geringste Hilfe, da weder ihr Ruf von den Tobenden vernommen werden konnte, noch ihr Befehl von den Erschrockenen und Verwirrten beachtet wurde. Also begannen die Schiffe gegeneinander zu stoßen, sich wechselseitig die Ruder abzubrechen und ein Fahrzeug auf das andere loszudrängen. Man konnte glauben, es fahre da nicht die Flotte ein und desselben Heeres, sondern zwei verschiedene seien in einem Schiffskampf begriffen. Vorderteile schmetterten gegen Hinterteile; die eben die Vordem in Verwirrung gebracht hatten, sahen sich von den Folgenden bedrängt, und der Zorn der Streitenden steigerte sich bis zum Handgemenge.

„36. Und bereits hatte die Flut die ganzen Gefilde um den Strom unter Wasser gesetzt, so daß nur noch die Hügel wie kleine Inseln hervorragten; diese schwimmend zu erreichen, eilten sehr viele in ihrer Angst, nachdem sie die Hoffnung auf die Schiffe aufgegeben. Zerstreut befand sich die Flotte teils auf sehr tiefem Wasser, wo Talsenkungen waren, teils saß sie auf Untiefen, wie eben die Wellen die ungleichen Bodenerhebungen bedeckt hatten: da wurde ihnen plötzlich ein neuer und größerer Schrecken eingejagt. Das Meer begann sich zurückzuziehen, indem die Gewässer in langem Wogenzug an ihren Ort zurückrannten, um das kurz zuvor unter tiefer Salzflut versenkte Land wieder herauszugeben. Die also vom Wasser verlassenen Schiffe stürzten die einen nach vorn über, andere legten sich auf die Seite; die Gefilde waren mit Gepäck, Waffen und Stücken losgebrochener Bretter und Ruder bestreut. Die Soldaten wagten weder heraus aufs Land zu gehen, noch im Schiff zu bleiben, immer noch Weiteres und Schlimmeres als das Gegenwärtige erwartend. Kaum trauten sie ihren eigenen Augen über das, was sie erfahren, auf dem Trocknen ein Schiffbruch, im Strom ein Meer. Auch war des Unglücks kein Ende zu sehen. Denn unbekannt damit, daß die Flut in kurzem das Meer zurückbringen und die Schiffe flott machen werde, prophezeiten sie sich Hunger und die äußerste Not. Es krochen auch schreckliche Tiere, von den Fluten zurückgelassen, umher.

„37. Schon brach die Nacht herein, und selbst der König war durch die Verzweiflung an ihrer Rettung schwer bekümmert. Dennoch überwältigten die Sorgen seinen unbesiegbaren Mut nicht, sondern die ganze Nacht blieb er unablässig auf der Ausschau und schickte Reiter an die Flußmündung voraus, um,

sobald sie das Meer wieder heraufluten sähen, vorauszuweichen. Auch gebot er, die geborstenen Fahrzeuge wieder auszubessern und die von den Fluten umgestürzten wieder aufzurichten und fertig bei der Hand zu sein, sobald wieder das Land vom Meer überschwemmt würde. Nachdem er so die ganze Nacht unter Wachen und Ermahnungen zugebracht hatte, kamen die Reiter eiligst im schnellsten Lauf zurückgesprengt, und ebenso schnell folgte die Flut. Erst begann diese mit ihren im leisen Wellenzug nahenden Gewässern die Schiffe zu heben, bald aber setzte sie, das ganze Gefilde überschwemmend, die Flotte auch in Bewegung. Am ganzen Küsten- und Ufersaum erschallte das Beifallsklatschen der Soldaten und Schiffsleute, die mit maßloser Freude ihre unverhoffte Rettung feierten. Woher doch, fragten sie verwundert, so plötzlich diese große Meeresflut zurückgekehrt? wohin sie gestern entwichen sei? und wie die Beschaffenheit dieses bald zwieträchtigen, bald dem Gesetz bestimmter Zeiten gehorchenden Elements? Da der König aus dem Hergang des Geschehenen schloß, daß nach Sonnenuntergang der bestimmte Zeitpunkt eintrete, so fuhr er, um der Flut zuvorzukommen, gleich nach Mitternacht mit einigen wenigen Schiffen den Fluß hinunter, und als er dessen Mündung hinter sich hatte, schiffte er noch, sich endlich am Ziel seiner Wünsche sehend, 400 Stadien weit in das Meer hinein. Dann brachte er den Gottheiten des Meeres und jener Gegend ein Opfer und kehrte zur Flotte zurück.“

8. Wesentlich ist bei Erklärung der Flut, daß die Erde als starrer Körper nur eine bestimmte Beschleunigung gegen den Mond annehmen kann, während die beweglichen Wasserteile auf der dem Mond zugewandten und abgewandten Seite *verschiedene* Beschleunigungen erhalten können.

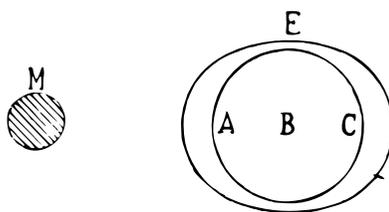


Fig. 2.9.

Wir betrachten an der Erde E , welcher der Mond M gegenübersteht, drei Punkte A, B, G (Fig. 2.9, 2.10). Die Beschleunigung der drei Punkte gegen den Mond, wenn wir sie als freie Punkte ansehen, ist beziehungsweise $\varphi + \Delta\varphi$, φ , $\varphi - \Delta\varphi$.

Die gesamte Erde als starrer Körper nimmt hingegen die Beschleunigung φ an. Die Beschleunigung gegen den Erdmittelpunkt nennen wir g . Bezeichnen wir nun alle Beschleunigungen nach links negativ, alle nach rechts positiv, so haben

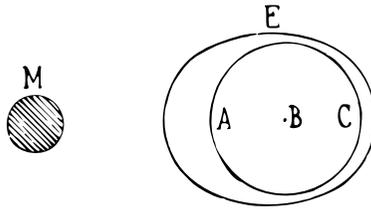


Fig. 2.10.

die freien Punkte.....	A	B	C
die Beschleunigungen.....	$-(\varphi + \Delta\varphi)$	$-\varphi$	$-(\varphi - \Delta\varphi)$
	$+g$		$-g$
die Beschleunigung der Erde ist	$-\varphi$	$-\varphi$	$-\varphi$
demnach die Beschleunigung gegen die Erde	$g - \Delta\varphi$	0	$-(g - \Delta\varphi)$

Wir sehen also, daß das Wassergewicht in *A* und *C* um den gleichen Betrag vermindert erscheint. Das Wasser wird in *A* und *C* höher stehen; es wird täglich zweimal eine Flutwelle erscheinen.

Es wird nicht immer genügend hervorgehoben, daß die Erscheinung eine wesentlich andere sein müßte, wenn Mond und Erde nicht in beschleunigter Bewegung gegeneinander begriffen, sondern in relativer Ruhe fixiert wären. Modifizieren wir die Betrachtung für diesen Fall, so haben wir in der obigen Berechnung für die starre Erde einfach $\varphi = 0$ zu setzen. Dann erhalten

die freien Punkte.....	A	C
die Beschleunigungen.....	$-(\varphi + \Delta\varphi)$	$-(\varphi - \Delta\varphi)$
	$+g$	$-g$
oder	$(g - \Delta\varphi) - \varphi$	$-(g - \Delta\varphi) - \varphi$
oder	$g' - \varphi$	$-(g' + \varphi)$

wobei $g' = g - \Delta\varphi$ gesetzt würde. Dann würde also in *A* das Wassergewicht verkleinert, in *C* vergrößert, der Wasserstand in *A* erhöht, in *C* erniedrigt werden. Es würde nur auf der dem Mond zugekehrten Seite das Wasser gehoben.

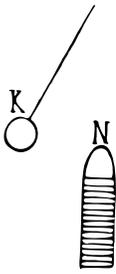


Fig. 2.11.

9. Es verlohnt sich wohl kaum der Mühe, Sätze, welche man am besten auf deduktivem Wege erkennt, durch Experimente zu erläutern, die nur schwierig anzustellen sind. Unmöglich dürften aber solche Experimente nicht sein. Denken wir uns eine kleine eiserne Kugel K (2.11) als Kegelpendel um einen Magnetpol schwingend und bedecken wir die Kugel mit einer magnetischen Eisensalzlösung, so dürfte der Tropfen bei hinreichend kräftigen Magneten das Flutphänomen darstellen. Denken wir uns aber die Kugel dem Magnetpol gegenüber fixiert, so wird der Tropfen sicherlich nicht auf der dem Magnetpol zugewandten und abgewandten Seite zugespitzt erscheinen, sondern nur auf der Seite des Magnetpols an der Kugel hängen bleiben.

10. Man darf sich natürlich nicht vorstellen, daß die ganze Flutwelle durch den Mond auf einmal entsteht. Vielmehr hat man sich die Flut als einen Schwingungsvorgang zu denken, welcher durch den Mond *erhalten* wird. Würden wir z. B. über der Wasseroberfläche eines kreisförmigen Kanals mit einem Fächer fort und fort gleichmäßig hinfahren, so würde durch diesen leisen, konsequent fortgesetzten Antrieb bald eine nicht unbeträchtliche, dem Fächer folgende Welle entstehen. Ähnlich entsteht die Flut. Der Vorgang ist aber hier durch die unregelmäßigen Formen der Kontinente, durch die periodische Variation der Störung usw. sehr kompliziert.

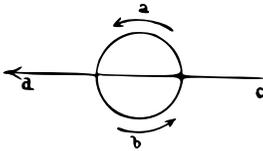


Fig. 2.12.

11. Von den Fluttheorien, welche vor Newton aufgestellt worden sind, wollen wir nur die Galileische kurz besprechen. Galilei erklärt die Flut durch die Relativbewegung der festen und flüssigen Erdteile und betrachtet die Tatsache geradezu als einen Beweis der Erdbewegung, als ein Hauptargument für das Kopernikanische System. Wenn die Erde (2.12) von West nach Ost rotiert und zugleich eine Progressivbewegung hat, so nehmen die Teile der

Erde bei a die Summe, bei b die Differenz beider Geschwindigkeiten an. Das Wasser in den Meeresbecken, welches, diesem Geschwindigkeitswechsel nicht so rasch folgen kann, verhält sich wie in einer hin und her geschwungenen Schüssel oder in einer abwechselnd schneller und langsamer bewegten wasserführenden Gondel. Es staut sich bald auf der Vorder- bald auf der Rückseite. Dies ist im wesentlichen die Ansicht, die Galilei in dem Dialog über die beiden Weltsysteme entwickelt. Die Keplersche Ansicht von einer Anziehung des Mondes erscheint ihm mystisch und kindisch; er glaubt, sie in die Kategorie der Erklärungen durch Sympathie und Antipathie verweisen und ebenso leicht abtun zu können als das Ansteigen der Flut durch Bestrahlung und dieser folgende Ausdehnung des Wassers. Daß nach seiner Theorie täglich nur einmal Flut und Ebbe eintreten sollte, übersieht Galilei natürlich nicht; er täuscht sich aber über die Schwierigkeiten weg, indem er meint, durch Rücksicht auf die Eigenschwingungen des Wassers und die Änderungen der Bewegung die tägliche,

monatliche und jährliche Periode erklären zu können. Das Prinzip der relativen Bewegung ist ein *richtiges* Element in dieser Theorie, dasselbe ist aber so *unglücklich* angewandt, daß nur eine sehr trügerische Theorie sich ergeben konnte. Wir wollen uns zunächst überzeugen, daß die in Betracht gezogenen Umstände den ihnen zugeschriebenen Erfolg sicher *nicht* haben können. Wir denken uns eine gleichförmige Wasserkugel. Einen andern Erfolg der Rotation, als eine entsprechende Abplattung, werden wir nicht erwarten. Nun nehme die Kugel auch noch eine gleichmäßige Progressivbewegung an. Die Teile derselben werden gegeneinander nach wie vor in relativer Ruhe bleiben. Denn dieser Fall unterscheidet sich nach unserer Auffassung nicht wesentlich von dem vorigen, da man sich die Progressivbewegung der Kugel durch eine entgegengesetzte aller umgebenden Körper ersetzt denken kann. Aber auch für denjenigen, welcher die Bewegung als eine „absolute“ ansieht, wird durch die gleiche Progressivbewegung an dem Verhältnis der Teile zueinander nichts geändert. Nun lassen wir die Kugel, deren Teile sich gegeneinander ohnehin nicht zu bewegen streben, teilweise erstarren, so daß Meeresbecken mit noch flüssigem Wasser entstehen. Die ungestörte gleichmäßige Rotation wird fortbestehen, und Galileis Theorie ist also unrichtig. Doch scheint der Galileische Gedanke auf den ersten Blick recht annehmbar. Wie klärt sich diese Paradoxie auf? Es liegt alles an der negativen Auffassung des Trägheitssatzes. Fragt man hingegen, welche Beschleunigungen erfährt das Wasser, so ist alles klar. Das schwerlose Wasser würde bei der ersten Umdrehung abgeschleudert. Das schwere Wasser hingegen beschreibt eine Zentralbewegung um den Erdmittelpunkt. Es müßte bei seiner geringen Umlaufgeschwindigkeit sich dem Erdmittelpunkt noch mehr nähern, wenn nicht durch den Widerstand der unterhalb liegenden Masse gerade so viel von der Zentripetalbeschleunigung aufgehoben würde, daß der Rest derselben eben zur Zentralbewegung in der Kreisbahn mit der gegebenen Tangentialgeschwindigkeit ausreicht. Mit dieser Auffassung verschwindet jeder Zweifel und jede Unklarheit. Man kann aber wohl hinzufügen, daß es für Galilei beinahe unmöglich war, ohne übermenschliches Genie hierin bis auf den Grund zu sehen. Er hätte auch noch die großen Gedankenschritte von Huygens und Newton vorwegnehmen müssen.

Merkwürdig ist, daß Galilei in seiner Fluttheorie die erste dynamische Aufgabe für den Weltraum behandelt, ohne sich um das neue Koordinatensystem Sorgen zu machen. Er betrachtet wohl in der naivsten Weise den Fixsternhimmel als das neue Bezugssystem.

2.5 Kritik des Gegenwirkungsprinzips und des Massenbegriffs.

1. Nachdem wir uns nun mit den Newtonschen Anschauungen vertraut gemacht haben, sind wir hinreichend vorbereitet, dieselben kritisch zu untersuchen. Wir beschränken uns hierbei zunächst auf den Massenbegriff und das Gegenwir-

kungsprinzip. Beide können bei der Untersuchung nicht getrennt werden, und in beiden liegt das Hauptgewicht der Newtonschen Leistung.

2. Zunächst erkennen wir in der „Menge der Materie“ keine Vorstellung, welche geeignet wäre, den Begriff Masse zu erklären und zu erläutern, da sie selbst keine genügende Klarheit hat. Dies gilt auch dann, wenn wir, wie es manche Autoren getan haben, bis auf die Zahlung der hypothetischen Atome zurückgehen. Wir häufen hiermit nur die Vorstellungen, welche selbst einer Rechtfertigung bedürfen. Bei Zusammenlegung mehrerer gleicher chemisch gleichartiger Körper können wir mit der „Menge der Materie“ allerdings noch eine klare Vorstellung verbinden und auch erkennen, daß der Bewegungswiderstand mit dieser Menge wächst. Lassen wir aber die chemische Gleichartigkeit fallen, so ist die Annahme, daß von *verschiedenen* Körpern noch etwas mit demselben Maße Meßbares übrig bleibt, welches wir Menge der Materie nennen könnten, zwar nach den mechanischen Erfahrungen naheliegend, aber doch erst zu rechtfertigen. Wenn wir also mit Newton in bezug auf den Gewichtsdruck die Annahmen machen $p = mg$, $p' = m'g$ und hiernach setzen $\frac{p}{p'} = \frac{m}{m'}$, so liegt hierin schon die erst zu rechtfertigende *Voraussetzung* der Meßbarkeit verschiedener Körper mit *demselben* Maß.

Wir könnten auch *willkürlich* festsetzen $\frac{m}{m'} = \frac{p}{p'}$, d. h. das Massenverhältnis definieren als das Verhältnis des Gewichtsdrucks bei gleichem g . Dann bliebe aber der Gebrauch zu *begründen*, welcher von diesem Massenbegriff im Gegenwirkungsprinzip und bei andern Gelegenheiten gemacht wird.

3. Wenn zwei in jeder Beziehung vollkommen gleiche Körper einander gegenüberstehen, so erwarten wir nach dem uns geläufigen Symmetrieprinzip, daß sie sich gleiche entgegengesetzte Beschleunigungen nach der Richtung ihrer Verbindungslinie erteilen. Sobald nun diese Körper irgendwelche geringste Ungleichheit der Form, der chemischen Beschaffenheit usw. haben, verläßt uns das Symmetrieprinzip, *wenn wir nicht von vornherein annehmen oder wissen*, daß es etwa auf Formgleichheit oder Gleichheit der chemischen Beschaffenheit nicht ankommt. Ist uns aber einmal durch mechanische Erfahrung die Existenz eines besondern beschleunigungbestimmenden Merkmals der Körper nahegelegt, so steht nichts im Wege, willkürlich festzusetzen:



Fig. 2.13a.



Fig. 2.13b.

Körper von gleicher Masse nennen wir solche, welche aufeinander wirkend sich gleiche entgegengesetzte Beschleunigungen erteilen.

Hiermit haben wir nur ein tatsächliches Verhältnis *benannt*. Analog

werden wir in dem allgemeineren Fall verfahren. Die Körper A und S (Fig. 2.13a, 2.13b) erhalten bei ihrer Gegenwirkung beziehungsweise die Beschleunigungen $-\varphi$ und $+\varphi'$, wobei wir den Sinn derselben durch das Zeichen ersichtlich machen. Dann sagen wir, B hat die $-\frac{\varphi}{\varphi'}$ -fache Masse von A . *Nehmen wir den Vergleichskörper A als Einheit an, so schreiben wir jenem Körper die Masse m zu, welcher A das m -fache der Beschleunigung erteilt, die er in Gegenwirkung*

von A erhält. Das Massenverhältnis ist das negative umgekehrte Verhältnis der Gegenbeschleunigungen. Daß diese Beschleunigungen stets von entgegengesetztem Zeichen sind, daß es also nach unserer Definition bloß positive Massen gibt, lehrt die Erfahrung und kann nur die Erfahrung lehren. In unserm Massenbegriff liegt keine Theorie, die „Quantität der Materie“ ist in demselben durchaus unnötig, er enthält bloß die scharfe Fixierung, Bezeichnung und Benennung einer Tatsache.

Die oft nachgesprochene und nachgeschriebene Einwendung von H. Streintz („Die physikalischen Grundlagen der Mechanik“, Leipzig 1883, S. 117), daß eine meiner Definition entsprechende Massenvergleiche nur auf astronomische Weise stattfinden könnte, vermag ich nicht als zutreffend zu bezeichnen. Meine Ausführungen S. 189, 197–199 zeigen hinreichend das Gegenteil. Auch im Stoß, durch elektrische, magnetische Kräfte, an der Atwoodschen Maschine durch einen Faden erteilen sich die Massen gegenseitig Beschleunigungen. In meinem „Leitfaden der Physik“ (2. Aufl. 1891, S. 27) habe ich gezeigt, wie in ganz elementarer und populärer Weise das Massenverhältnis durch einen Versuch auf der Zentrifugalmaschine ermittelt werden kann. Diese Einwendung kann also wohl als widerlegt angesehen werden.

Meine Definition entspringt dem Streben, die *Abhängigkeit der Erscheinungen voneinander* zu ermitteln und alle metaphysische Unklarheit zu beseitigen, ohne darum weniger zu leisten als irgendeine andere bisher übliche Definition. Ganz denselben Weg habe ich eingeschlagen in bezug auf die Begriffe „Elektrizitätsmenge“ („Über die Grundbegriffe der Elektrostatik, Vortrag gehalten auf der internationalen elektrischen Ausstellung, Wien am 4. September 1883“), „Temperatur“, „Wärmemenge“ („Zeitschrift für den physikalischen und chemischen Unterricht“, Berlin 1888, Heft 1) usw. Aus der hier dargelegten Auffassung des Massenbegriffs ergibt sich aber eine andere Schwierigkeit, welche man bei schärferer Kritik auch bei Analyse anderer physikalischer Begriffe, z. B. jener der Wärmelehre, nicht übersehen kann. Maxwell hat auf diesen Punkt bei Untersuchung des Temperaturbegriffs hingewiesen, ungefähr um dieselbe Zeit, als ich dies in bezug auf den Massenbegriff getan habe. Ich möchte hier auf die betreffenden Ausführungen in meiner Schrift „Die Prinzipien der Wärmelehre, historisch-kritisch entwickelt“ (Leipzig 1896), insbesondere S 41 und 190, verweisen.

4. Wir wollen nun diese Schwierigkeit betrachten, deren Hebung zur Herstellung eines vollkommen klaren Massenbegriffs durchaus notwendig ist. Wir betrachten eine Reihe von Körpern A, B, C, D, \dots und vergleichen alle mit A als Einheit.

$$\begin{array}{cccccc} A, & B, & C, & D, & E, & F, \\ 1, & m, & m', & m'', & m''', & m'''' \end{array}$$

Hierbei finden wir beziehungsweise die Massenwerte $1, m, m', m'' \dots$ usw. Es entsteht nun die Frage: Wenn wir B als Vergleichskörper (als Einheit) wählen, werden wir für C den Massenwert $\frac{m'}{m}$, für D den Wert $\frac{m''}{m}$ erhalten, oder

werdensich etwa ganz andere Werte ergeben? In einfacherer Form lautet dieselbe Frage: Werden zwei Körper B , C , welche sich in Gegenwirkung mit A als gleiche Massen verhalten haben, auch untereinander als gleiche Massen verhalten? Es besteht durchaus keine *logische* Notwendigkeit, daß zwei Massen, welche einer dritten gleich sind, auch untereinander gleich seien. Denn es handelt sich hier um keine mathematische, sondern um eine *physikalische* Frage. Dies wird sehr klar, wenn wir ein analoges Verhältnis zur Erläuterung herbeiziehen. Wir legen die Körper A , B , C in solchen Gewichtsmengen a , b , c nebeneinander, in welchen sie in die chemischen Verbindungen AB und AC eingehen. Es besteht nun gar keine *logische* Notwendigkeit, anzunehmen, daß in die chemische Verbindung BC auch dieselben Gewichtsmengen b , c der Körper B , C eingehen. Dies lehrt aber die Erfahrung. Wenn wir eine Reihe von Körpern in den Gewichtsmengen nebeneinander legen, in welchen sie sich mit dem Körper A verbinden, so vereinigen sie sich in *denselben* Gewichtsmengen auch untereinander. Das kann aber niemand wissen, ohne es versucht zu haben. Ebenso verhält es sich mit den Massenwerten der Körper.

Würde man annehmen, daß die Ordnung der Kombination der Körper, durch welche man deren Massenwerte bestimmt, auf die Massenwerte Einfluß hat, so würden die Folgerungen hieraus zu Widersprüchen mit der Erfahrung führen. Nehmen wir beispielsweise drei elastische Körper A , B , C auf einem absolut glatten und festen Ring beweglich an (Fig. 2.13). Wir setzen voraus, daß A und B sich als gleiche Massen und ebenso B und C sich als gleiche Massen untereinander verhalten. Dann müssen wir, um Widersprüche mit der Erfahrung zu vermeiden, annehmen, daß auch C und A sich als gleiche Massen verhalten. Erteilen wir A eine Geschwindigkeit, so überträgt es dieselbe durch Stoß an B , dieses an C . Würde aber C sich etwa als größere Masse gegen A verhalten, so würde auch A beim Stoß eine größere Geschwindigkeit annehmen, während C noch einen Rest zurückbehielte. Bei jedem Umlauf im Sinne des Uhrzeigers würde die *lebendige Kraft im System zunehmen*. Wäre C gegen A die kleinere Masse, so würde die Umkehrung der Bewegung genügen, um dasselbe Resultat zu erreichen. Eine solche fortwährende Zunahme der lebendigen Kraft widerstreitet nun entschieden unsern *Erfahrungen*.

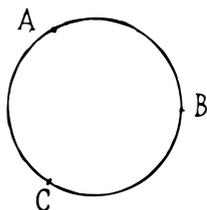


Fig. 2.13.

5. Der auf die angegebene Weise gewonnene Massenbegriff macht die besondere Aufstellung des Gegenwirkungsprinzips unnötig. Es ist nämlich im Massenbegriff und im Gegenwirkungsprinzip, wie wir dies in einem früheren Fall schon bemerkt haben, wieder *dieselbe* Tatsache zweimal formuliert, was überflüssig ist. Wenn zwei Massen 1 und 2 aufeinander wirken, so liegt es schon in unserer Definition, daß sie sich entgegengesetzte Beschleunigungen erteilen, die sich beziehungsweise wie $2 : 1$ verhalten.

6. Die *Meßbarkeit der Masse* durch das *Gewicht* (bei unveränderlicher Schwerebeschleunigung) kann aus unserer Definition der Mas-

se ebenfalls abgeleitet werden. Wir empfinden die Vergrößerung oder Verkleinerung eines Druckes unmittelbar, allein diese Empfindung gibt nur ein sehr beiläufiges Maß einer Druckgröße. Ein exaktes brauchbares Druckmaß ergibt sich durch die Bemerkung, daß jeder Druck ersetzbar ist durch den Druck einer Summe gleichartiger Gewichtstücke. Jeder Druck kann durch den Druck solcher Gewichtstücke im Gleichgewicht gehalten werden. Zwei Körper m und m' (Fig. 2.14) mögen beziehungsweise von den durch äußere Umstände bedingten Beschleunigungen φ und φ' in entgegengesetztem Sinne ergriffen werden. Die Körper seien durch einen Faden verbunden. Besteht Gleichgewicht, so ist an m die Beschleunigung φ und an m' die Beschleunigung φ' durch die *Wechselwirkung* eben aufgehoben. Für diesen Fall ist also $m\varphi = m'\varphi'$. Ist also $\varphi = \varphi'$, wie dies der Fall ist, wenn die Körper der Schwerebeschleunigung überlassen werden, so ist im Gleichgewichtsfall auch $m = m'$. Es ist selbstverständlich unwesentlich, ob wir die Körper direkt durch einen Faden, oder durch einen über eine Rolle geführten Faden, oder dadurch aufeinander wirken lassen, daß wir sie auf die beiden Schalen einer Wage legen. Die Meßbarkeit der Masse durch das Gewicht ist nach unserer Definition ersichtlich, ohne daß wir an die „*Menge der Materie*“ denken.

7. Sobald wir also, durch die Erfahrung aufmerksam gemacht, die Existenz eines besondern *beschleunigungsbestimmenden Merkmals* der Körper *erschaut* haben, ist unsere Aufgabe mit der Anerkennung und unzweideutigen Bezeichnung dieser *Tatsache* erledigt. Über die Anerkennung dieser *Tatsache* kommen wir nicht hinaus, und jedes Hinausgehen über dieselbe führt nur Unklarheiten herbei. Jede Unbehaglichkeit verschwindet, sobald wir uns klar gemacht haben, daß in dem Massebegriff keinerlei Theorie, sondern eine Erfahrung liegt. Der Begriff hat sich bisher bewährt. Es ist sehr unwahrscheinlich, aber nicht unmöglich, daß er in Zukunft erschüttert wird, so wie die Vorstellung der unveränderlichen Wärmemenge, die ja auch auf Erfahrungen beruhte, durch neue Erfahrungen sich modifiziert hat. Diese Stelle stand schon in der ersten Auflage von 1883, also lange bevor die Diskussion über die elektromagnetische Masse begonnen hatte.

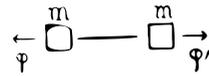


Fig. 2.14.

8. Ich möchte hier auf A. Lampa, „Eine Ableitung des Massenbegriffs“, in der Prager Zeitschrift „Lotos“, 1911, S. 303, hinweisen, besonders auf die trefflichen Ausführungen über die allgemeine Methode der Behandlung solcher Fragen S. 306 fg.

2.6 Newtons Ansichten über Zeit, Raum und Bewegung.

1. In einer Anmerkung, welche Newton seinen Definitionen unmittelbar folgen läßt, spricht er Ansichten über Zeit und Raum aus, die wir etwas näher in Au-

genschein nehmen müssen. Wir werden nur die wichtigsten, zur Charakteristik der Newtonschen Ansichten notwendigen Stellen wörtlich anführen.

„Bis jetzt habe ich zu erklären versucht, in welchem Sinne weniger bekannte Benennungen in der Folge zu verstehen sind. *Zeit, Raum, Ort* und *Bewegung* als allen bekannt erkläre ich nicht. Ich bemerke nur, daß man gewöhnlich diese Größen nicht anders als in bezug auf die Sinne auffaßt, und so gewisse Vorurteile entstehen, zu deren Aufhebung man sie passend in absolute und relative, wahre und scheinbare, mathematische und gewöhnliche unterscheidet.

„I. *Die absolute, wahre* und *mathematische* Zeit verfließt an sich und vermöge ihrer Natur gleichförmig und ohne Beziehung auf irgendeinen äußern Gegenstand. Sie wird auch mit dem Namen Dauer belegt.

“Die relative, scheinbare und gewöhnliche Zeit ist ein fühlbares und äußerliches, entweder genaues oder ungleiches Maß der Dauer, dessen man sich gewöhnlich statt der wahren Zeit bedient, wie Stunde, Tag, Monat, Jahr.

— — „Die natürlichen Tage, die gewöhnlich als Zeitmaß für gleich gehalten werden, sind nämlich eigentlich ungleich. Diese Ungleichheit verbessern die Astronomen, indem sie die Bewegung der Himmelskörper nach der richtigen Zeit messen. Es ist möglich, daß keine gleichförmige Bewegung existiert, durch welche die Zeit genau gemessen werden kann, alle Bewegungen können beschleunigt oder verzögert werden; allein der Verlauf der *absoluten* Zeit kann nicht geändert werden. Dieselbe Dauer und dasselbe Verharren findet für die Existenz aller Dinge statt, mögen die Bewegungen geschwind, langsam oder Null sein.“

2. Es scheint, als ob Newton bei den eben angeführten Bemerkungen noch unter dem Einfluß der mittelalterlichen Philosophie stünde, als ob er seiner Absicht, nur das *Tatsächliche* zu untersuchen, *untreu* würde. Wenn ein Ding *A* sich mit der Zeit ändert, so heißt dies nur, die Umstände eines Dinges *A* hängen von den Umständen eines andern Dinges *B* ab. Die Schwingungen eines Pendels gehen in der *Zeit* vor, wenn dessen Exkursion von der Lage der Erde *abhängt*. Da wir bei Beobachtung des Pendels nicht auf die Abhängigkeit von der Lage der Erde zu achten brauchen, sondern dasselbe mit irgendeinem andern Ding vergleichen können (dessen Zustände freilich wieder von der Lage der Erde abhängen), so entsteht leicht die Täuschung, daß alle diese Dinge unwesentlich seien. Ja, wir können, auf das Pendel achtend, von allen übrigen äußern Dingen absehen und finden, daß für jede Lage unsere Gedanken und Empfindungen andere sind. Es scheint demnach die Zeit etwas Besonderes zu sein, von dessen Verlauf die Pendellage abhängt, während die Dinge, welche wir zum Vergleich nach freier Wahl herbeiziehen, eine zufällige Bolle zu spielen scheinen. Wir dürfen aber nicht vergessen, daß alle Dinge miteinander zusammenhängen und daß wir selbst mit unsern Gedanken nur ein Stück Natur sind. Wir sind ganz außerstande, die Veränderungen der Dinge an der *Zeit* zu *mes-*
sen. Die Zeit ist vielmehr eine Abstraktion, zu der wir durch die Veränderung der Dinge gelangen, weil wir auf kein bestimmtes Maß angewiesen sind, da eben alle untereinander zusammenhängen. Wir nennen eine Bewegung gleichförmig,

in welcher gleiche Wegzuwüchse gleichen Wegzuwüchsen einer Vergleichsbewegung (der Drehung der Erde) entsprechen. Eine Bewegung kann gleichförmig sein in bezug auf eine andere. Die Frage, ob eine Bewegung an sich gleichförmig sei, hat *gar keinen Sinn*. Ebensowenig können wir von einer „absoluten Zeit“ (unabhängig von jeder Veränderung) sprechen. Diese absolute Zeit kann an gar keiner Bewegung abgemessen werden, sie hat also auch gar keinen praktischen und auch keinen wissenschaftlichen Wert, niemand ist berechtigt zu sagen, daß er von derselben etwas wisse, sie ist ein müßiger „metaphysischer“ Begriff.

Daß wir Zeitvorstellungen durch die Abhängigkeit der Dinge Toneinander gewinnen, wäre psychologisch, historisch und sprachwissenschaftlich (durch die Namen der Zeitabschnitte) nicht eben schwer nachzuweisen. In unsern Zeitvorstellungen drückt sich der tiefgehendste und allgemeinste Zusammenhang der Dinge aus. Wenn eine Bewegung in der Zeit stattfindet, so hängt sie von der Bewegung der Erde ab. Dies wird nicht dadurch widerlegt, daß wir mechanische Bewegungen wieder rückgängig machen können. Mehrere veränderliche Größen können so zusammenhängen, daß eine Gruppe derselben Veränderungen erfährt, ohne daß die übrigen davon berührt werden. Die Natur verhält sich ähnlich wie eine Maschine. Die einzelnen Teile bestimmen einander gegenseitig. Während aber bei einer Maschine durch die Lage eines Teils die Lagen aller übrigen Teile bestimmt sind, bestehen in der Natur kompliziertere Beziehungen. Diese Beziehungen lassen sich am besten unter dem Bild einer Anzahl n von Größen darstellen, welche einer geringern Anzahl n' von Gleichungen genügen. Wäre $n = n'$, so wäre die Natur unveränderlich. Für $n' = n - 1$ ist mit einer Größe über alle übrigen verfügt. Bestünde dies Verhältnis in der Natur, so könnte die Zeit rückgängig gemacht werden, sobald dies nur mit einer einzigen Bewegung gelänge. Der wahre Sachverhalt wird durch eine andere Differenz von n und n' dargestellt. Die Größen sind durch einander teilweise bestimmt, sie behalten aber eine größere Unbestimmtheit oder Freiheit als in dem letztern Fall. Wir selbst fühlen uns als ein solches teilweise bestimmtes, teilweise unbestimmtes Naturelement. Insofern nur ein Teil der Veränderungen in der Natur von uns abhängt und von uns wieder rückgängig gemacht werden kann, erscheint uns die Zeit als nicht umkehrbar, die verflossene Zeit als unwiederbringlich vorbei.

Zur Vorstellung der Zeit gelangen wir durch den Zusammenhang des Inhalts unseres Erinnerungsfeldes mit dem Inhalt unseres Wahrnehmungsfeldes, wie wir kurz und allgemein verständlich sagen wollen. Wenn wir sagen, daß die Zeit in einem bestimmten Sinne abläuft, so bedeutet dies, daß die physikalischen (und folglich auch die physiologischen) Vorgänge sich nur in einem bestimmten Sinne vollziehen.¹ Alle Temperaturdifferenzen, elektrischen Differenzen, Niveaudifferenzen überhaupt werden, sich selbst überlassen, nicht größer, sondern kleiner. Betrachten wir zwei sich selbst überlassene, sich berührende Körper von ungleicher Temperatur, so können nur größere Temperaturdifferen-

¹Über die physiologische Natur der Zeit- und Raumempfindung vgl. „Analyse der Empfindungen“, 6. Aufl.; „Erkenntnis und Irrtum“, 2. Aufl.

zen im Erinnerungsfeld mit kleinem im Wahrnehmungsfeld zusammentreffen, nicht umgekehrt. In allem diesem spricht sich durchaus nur ein eigentümlicher, tiefgehender Zusammenhang der Dinge aus. Hier aber jetzt schon vollständige Aufklärung fordern, heißt nach Art der spekulativen Philosophie die Resultate aller künftigen Spezialforschung, also eine vollendete Naturwissenschaft, antizipieren wollen.

So wie wir eine der *Wärmeempfindung* nahe parallel gehende, *willkürlich gewählte* (thermometrische) *Volumanzeige*, welche nicht den unkontrollierbaren Störungen des Empfindungsorgans unterliegt, beim Studium der Wärmeevorgänge als Temperaturmaß vorziehen, so bevorzugen wir aus analogen Gründen eine der *Zeitempfindung* nahe parallel gehende, *willkürlich gewählte Bewegung* (Drehungswinkel der Erde, Weg eines sich selbst überlassenen Körpers) als Zeitmaß. Macht man sich klar, daß es sich nur um Ermittlung der *Abhängigkeit* der Erscheinungen *voneinander* handelt, wie ich dies schon 1865 („Über den Zeitsinn des Ohres“, Sitzungsber. d. Wiener Akad.) und 1866 (Fichtes Zeitschr. f. Philosophie) hervorgehoben habe, so entfallen metaphysische Unklarheiten. (Vgl. Epstein, Die logischen Prinzipien der Zeitmessung, Berlin 1887.)

Anderwärts („Prinzipien der Wärmelehre“, S. 51) habe ich zu zeigen versucht, worauf die natürliche Neigung des Menschen beruht, seine für ihn wertvollen Begriffe, besonders diejenigen, zu welchen er instinktiv, ohne Kenntnis von deren Entwicklungsgeschichte, gelangt ist, zu hypostasieren. Die für den Temperaturbegriff daselbst gegebenen Ausführungen lassen sich unschwer auf den Zeitbegriff übertragen und machen die Entstehung von Newtons „absoluter Zeit“ verständlich. Auch auf den Zusammenhang des Entropiebegriffs mit der Nichtumkehrbarkeit der Zeit wird daselbst (S. 338) hingewiesen und die Ansicht ausgesprochen, daß die Entropie des Weltalls, wenn sie überhaupt bestimmt werden könnte, wirklich eine Art absoluten Zeitmaßes darstellen würde. Endlich muß ich hier noch auf die Erörterungen von Petzoldt („Das Gesetz der Eindeutigkeit“, Vierteljahrsschr. f. w. Philosophie, 1894, S. 146) und auf meine Schrift „Erkenntnis und Irrtum“, 2. Aufl., 1906, S. 434–448, hinweisen.

3. Ähnliche Ansichten wie über die Zeit entwickelt Newton über den Raum und die Bewegung. Wir lassen wieder einige charakteristische Stellen folgen:

„II. Der absolute Raum bleibt vermöge seiner Natur und ohne Beziehung auf einen äußern Gegenstand stets gleich und unbeweglich.

„Der relative Raum ist ein Maß oder ein beweglicher Teil des erstem, welcher von unsern Sinnen durch seine Lage gegen andere Körper bezeichnet und gewöhnlich für den unbeweglichen Raum genommen wird. — —

„IV. Die absolute Bewegung ist die Übertragung des Körpers von einem absoluten Ort nach einem andern absoluten Ort, die relative Bewegung die Übertragung von einem relativen Ort nach einem andern relativen Ort. — —

— — „So bedienen wir uns, und nicht unpassend, in menschlichen Dingen statt der *absoluten* Orte und Bewegungen der *relativen*, in der Naturlehre hingegen muß man von *den Sinnen abstrahieren*. Es kann nämlich der Fall sein, daß kein wirklich ruhender Körper existiert, auf welchen man die Orte und

Bewegungen beziehen könnte. — —

„Die wirkenden Ursachen, durch welche absolute und relative Bewegungen voneinander verschieden sind, sind die Fliehkräfte von der Achse der Bewegung. Bei einer nur relativen Kreisbewegung existieren diese Kräfte nicht, aber sie sind kleiner oder größer, je nach Verhältnis der Größe der (absoluten) Bewegung.

„Man hänge z. B. ein Gefäß an einem sehr langen Faden auf, drehe denselben beständig im Kreise herum, bis der Faden durch die Drehung sehr steif wird; hierauf fülle man es mit Wasser und halte es zugleich mit letzterm in Ruhe. Wird es nun durch eine plötzlich wirkende Kraft in entgegengesetzte Kreisbewegung gesetzt und hält diese, während der Faden sich ablöst, längere Zeit an, so wird die Oberfläche des Wassers anfangs eben sein, wie vor der Bewegung des Gefäßes; hierauf, wenn die Kraft allmählich auf das Wasser einwirkt, bewirkt das Gefäß, daß dieses (das Wasser) merklich sich umzudrehen anfängt. Es entfernt sich nach und nach von der Mitte und steigt an den Wänden des Gefäßes in die Höhe, indem es eine hohle Form annimmt. (Diesen Versuch habe ich selbst gemacht.) — —

„Im Anfang, als die *relative* Bewegung des Wassers im Gefäß am größten war, verursachte dieselbe kein Bestreben, sich von der Achse zu entfernen. Das Wasser suchte nicht, sich dem Umfang zu nähern, indem es an den Wänden emporstieg, sondern blieb eben, und die *wahre* kreisförmige Bewegung hatte daher noch nicht begonnen. Nachher aber, als die relative Bewegung des Wassers abnahm, deutete sein Aufsteigen an den Wänden des Gefäßes das Bestreben an, von der Achse zurückzuweichen, und dieses Bestreben zeigte die stets wachsende *wahre* Kreisbewegung des Wassers an, bis diese endlich am größten wurde, wenn das Wasser selbst *relativ* im Gefäß ruhte. — —

„Die *wahren* Bewegungen der einzelnen Körper zu erkennen und von den scheinbaren zu unterscheiden, ist übrigens sehr schwer, weil die Teile jenes unbeweglichen Raumes, in denen die Körper sich wahrhaft bewegen, nicht sinnlich erkannt werden können.

„Die Sache ist jedoch nicht gänzlich hoffnungslos. Es ergeben sich nämlich die erforderlichen Hilfsmittel teils aus den scheinbaren Bewegungen, welche die Unterschiede der wahren sind, teils aus den Kräften, welche den wahren Bewegungen als wirkende Ursachen zugrunde liegen. Werden z. B. zwei Kugeln in gegebener gegenseitiger Entfernung mittels eines Fadens verbunden und so um den gewöhnlichen Schwerpunkt gedreht, so erkennt man aus der Spannung des Fadens das Streben der Kugeln, sich von der Achse der Bewegung zu entfernen, und kann daraus die Größe der kreisförmigen Bewegung berechnen. Brächte man hierauf beliebige gleiche Kräfte an beiden Seiten zugleich an, um die Kreisbewegung zu vergrößern oder zu verkleinern, so würde man aus der vergrößerten oder verminderten Spannung des Fadens die Vergrößerung oder Verkleinerung der Bewegung erkennen und hieraus endlich diejenigen Seiten der Kugeln ermitteln können, auf welche die Kräfte einwirken müßten, damit die Bewegung am stärksten vergrößert würde, d. h. die hintere Seite oder diejenige, welche bei der Kreisbewegung nachfolgt. Sobald man aber die nachfolgende und

die ihr entgegengesetzte vorangehende Seite erkannt hätte, würde man auch die Richtung der Bewegung erkannt haben. Auf diese Weise könnte man sowohl die Größe als auch die Richtung dieser kreisförmigen Bewegung in jedem unendlich großen leeren Raum finden, wenn auch nichts Äußerliches und Erkennbares sich dort befände, womit die Kugeln verglichen werden könnten.“ —

Wenn in einem materiellen räumlichen System mit verschiedenen Geschwindigkeiten behaftete Massen sich befinden, welche zueinander in Wechselbeziehung treten können, so stellen diese Massen Kräfte vor. Wie groß diese Kräfte sind, kann erst entschieden werden, sobald die Geschwindigkeiten bekannt sind, auf welche jene Massen gebracht werden sollen. Auch die *ruhenden* Massen sind Kräfte, wenn nicht alle Massen ruhen. Man denke z. B. an das Newtonsche rotierende Wassergefäß, in welchem das noch nicht rotierende Wasser sich befindet. Ist die Masse m mit der Geschwindigkeit v_1 behaftet und soll diese auf die Geschwindigkeit v_2 gebracht werden, so ist die aufzuwendende Kraft $p = \frac{m(v_1 - v_2)}{t}$, oder die aufzuwendende Arbeit $ps = m(v_1^2 - v_2^2)$. Alle Massen, alle Geschwindigkeiten, demnach alle Kräfte sind relativ. Es gibt keine Entscheidung über Relatives und Absolutes, welche wir treffen könnten, zu welcher wir gedrängt wären, aus welcher wir einen intellektuellen oder einen andern Vorteil ziehen könnten. — Wenn noch immer moderne Autoren durch die Newtonschen, vom Wassergefäß hergenommenen Argumente sich verleiten lassen, zwischen relativer und absoluter Bewegung zu unterscheiden, so bedenken sie nicht, daß das Weltsystem uns nur *einmal* gegeben, die ptolemäische oder kopernikanische Auffassung aber *unsere* Interpretationen, aber beide gleich wirklich sind. Man versuche das Newtonsche Wassergefäß festzuhalten, den Fixsternhimmel dagegen zu rotieren und das Fehlen der Fliehkräfte nun nachzuweisen.

4. Daß Newton auch in den eben mitgeteilten Überlegungen gegen seine Absicht, nur das *Tatsächliche* zu untersuchen, handelt, ist kaum nötig zu bemerken. Über den absoluten Raum und die absolute Bewegung kann niemand etwas aussagen, sie sind bloße Gedankendinge, die in der Erfahrung nicht aufgezeigt werden können. Alle unsere Grundsätze der Mechanik sind, wie ausführlich gezeigt worden ist, Erfahrungen über *relative* Lagen und Bewegungen der Körper. Sie konnten und durften auf den Gebieten, auf welchen man sie heute als gültig betrachtet, nicht ohne Prüfung angenommen werden. Niemand ist berechtigt, diese Grundsätze über die Grenzen der Erfahrung hinaus auszudehnen. Ja diese Ausdehnung ist sogar sinnlos, da sie niemand anzuwenden wüßte.

Wir müssen notwendig annehmen, daß die Wandlung, welche durch Kopernikus in der Auffassung des Weltsystems eingetreten war, in dem Denken von *Galilei* und *Newton* tiefgehende Spuren hinterlassen hat. Während aber *Galilei* in seiner Fluttheorie in ganz naiver Weise die ruhende Fixsternsphäre zum neuen Koordinatensystem wählt, bemerken wir bei *Newton* Zweifel, ob ein gegebener Fixstern nur scheinbar oder wirklich ruht (*Newton*, Principia, 1687, p. 11). Dies scheint ihm auch die Schwierigkeit zu bedingen, zwischen wahrer (absoluter) und scheinbarer (relativer) Bewegung zu unterscheiden. Dadurch

war er auch gedrängt, den Begriff des *absoluten Raumes* zu statuieren. Indem er sich weiter in dieser Richtung bemüht, den Versuch der rotierenden, durch einen Faden verbundenen Kugeln und jenen des rotierenden Wassergefäßes diskutiert (p. 9, 11), glaubt er zwar keine absolute Translation, wohl aber eine absolute Rotation konstatieren zu können. Unter letzterer versteht er eine solche gegen die Fixsternsphäre, wobei auch immer Fliehkräfte nachweisbar sind. „Auf die wahren Bewegungen aus ihren Ursachen, Wirkungen und scheinbaren Unterschieden zu schließen und umgekehrt aus den wahren oder scheinbaren Bewegungen die Ursachen und Wirkungen abzuleiten, wird im folgenden ausführlicher gelehrt.“ Auch auf *Newton* scheint die ruhende Fixsternsphäre einen gewissen Eindruck gemacht zu haben. Das natürliche Bezugssystem ist für ihn jenes, welches irgendeine gleichförmige Translationsbewegung ohne Rotation (gegen die Fixsternsphäre) hat (p. 19, Coroll. V.).² — Machen aber die unter Anführungszeichen zitierten Worte nicht den Eindruck, als ob *Newton* froh wäre, nun zu weniger prekären, durch Erfahrung prüfbareren Fragen übergehen zu können?

Gehen wir nun auf die Einzelheiten ein. Wenn wir sagen, daß ein Körper K seine Richtung und Geschwindigkeit nur durch den Einfluß eines andern Körpers K' ändert, so können wir zu dieser Einsicht gar nicht kommen, wenn nicht andere Körper A, B, C, \dots vorhanden sind, gegen welche wir die Bewegung des Körpers K beurteilen. Wir erkennen also eigentlich eine Beziehung des Körpers K zu A, B, C, \dots . Wenn wir nun plötzlich von A, B, C, \dots absehen und von einem Verhalten des Körpers K im absoluten Raum sprechen wollten, so würden wir einen doppelten Fehler begehen. Einmal könnten wir nicht wissen, wie sich K bei Abwesenheit von A, B, C, \dots benehmen würde, dann aber würde uns jedes Mittel fehlen, das Benehmen des Körpers K zu beurteilen und unsere Aussage zu prüfen, welche demnach keinen naturwissenschaftlichen Sinn hätte.

Zwei Körper K und K' , welche gegeneinander gravitieren, erteilen sich ihren Massen m, m' verkehrt proportionale Beschleunigungen nach der Richtung der Verbindungslinie. In diesem Satze liegt nicht allein eine Beziehung der Körper K und K' zueinander, sondern auch zu den *übrigen* Körpern. Denn derselbe sagt nicht nur, daß K und K' gegeneinander die Beschleunigung $x \frac{m+m'}{r^2}$ erfahren, sondern auch daß K die Beschleunigung $\frac{-xm'}{r^2}$ und K' die Beschleunigung $\frac{+xm}{r^2}$ nach der Richtung der Verbindungslinie erfährt, was nur durch die Anwesenheit noch anderer, dynamisch nicht beteiligter Körper ermittelt werden konnte.

Die Bewegung eines Körpers K kann immer nur beurteilt werden in bezug auf andere Körper A, B, C, \dots . Da wir immer eine genügende Anzahl gegeneinander relativ festliegender oder ihre Lage nur langsam andernder Körper zur Verfügung haben, so sind wir hierbei auf keinen *bestimmten* Körper angewiesen und können abwechselnd bald von diesem, bald von jenem absehen. Hierdurch entstand die Meinung, daß diese Körper überhaupt gleichgültig seien.

Es wäre wohl möglich, daß die isolierten Körper A, B, C, \dots bei Bestimmung

²Coroll. V: „Corporum dato spatio inclusorum iidem sunt motus inter se, sive spatium ille quiescat, sive moveatur, idem uniformiter in directum absque motu circulari.“

der Bewegung des Körpers K nur eine zufällige Rolle spielten, daß die Bewegung durch das *Medium* bestimmt wäre, in welchem sich K befindet. Dann müßte man aber an die Stelle des Newtonschen absoluten Raumes jenes Medium setzen. Diese Vorstellung hat Newton entschieden nicht gehabt. Zudem läßt sich leicht nachweisen, daß die Luft jenes bewegungsbestimmende Medium nicht ist. Man müßte also an ein anderes, etwa den Weltraum erfüllendes Medium denken, über dessen Beschaffenheit und über dessen Bewegungsverhältnis zu den darin befindlichen Körpern wir gegenwärtig eine ausreichende Kenntnis nicht haben. An sich würde ein solches Verhältnis nicht zu den Unmöglichkeiten gehören. Es ist durch die neuern hydrodynamischen Untersuchungen bekannt, daß ein starrer Körper in einer reibungslosen Flüssigkeit nur bei Geschwindigkeitsänderungen einen Widerstand erfährt. Zwar ist dieses Resultat aus der Vorstellung der Trägheit theoretisch abgeleitet, es könnte aber umgekehrt auch als die erste Tatsache angesehen werden, von der man auszugehen hätte. Wenn auch mit dieser Vorstellung praktisch zunächst nichts anzufangen wäre, so könnte man doch hoffen, über dieses hypothetische Medium in Zukunft mehr zu erfahren, und sie wäre naturwissenschaftlich noch immer wertvoller als der verzweifelte Gedanke an den absoluten Raum. Bedenken wir, daß wir die isolierten Körper $A, B, C \dots$ nicht wegschaffen, also über ihre wesentliche oder zufällige Rolle durch den Versuch nicht entscheiden können, daß dieselben bisher das einzige und auch ausreichende Mittel zur Orientierung über Bewegungen und zur Beschreibung der mechanischen Tatsachen sind, so empfiehlt es sich, die Bewegungen vorläufig als durch diese Körper bestimmt anzusehen.

5. Betrachten wir nun denjenigen Punkt, auf welchen sich Newton bei Unterscheidung der relativen und absoluten Bewegung mit starkem Recht zu stützen scheint. Wenn die Erde eine *absolute* Rotation um ihre Achse hat, so treten an derselben Zentrifugalkräfte auf, sie wird abgeplattet, die Schwerebeschleunigung am Äquator vermindert, die Ebene des Foucaultschen Pendels wird gedreht usw. Alle diese Erscheinungen verschwinden, wenn die Erde ruht und die übrigen Himmelskörper sich absolut um dieselbe bewegen, so daß dieselbe *relative* Rotation zustande kommt. So ist es allerdings, wenn man von vornherein von der Vorstellung eines absoluten Raumes ausgeht. Bleibt man aber auf dem Boden der Tatsachen, so weiß man bloß von *relativen* Räumen und Bewegungen. Relativ sind die Bewegungen im Weltsystem, von dem unbekanntem und unberücksichtigten Medium des Weltraums abgesehen, dieselben nach der ptolemäischen und nach der kopernikanischen Auffassung. Beide Auffassungen sind auch gleich *richtig*, nur ist die letztere einfacher und *praktischer*. Das Weltsystem ist uns nicht *zweimal* gegeben mit ruhender und mit rotierender Erde, sondern nur einmal mit seinen allein bestimmbaren Relativbewegungen. Wir können also nicht sagen, wie es wäre, wenn die Erde nicht rotierte. Wir können den einen uns gegebenen Fall in verschiedener Weise interpretieren. Wenn wir aber so interpretieren, daß wir mit der Erfahrung in Widerspruch geraten, so interpretieren wir eben falsch. Die mechanischen Grundsätze können also wohl so gefaßt werden, daß auch für Relativedrehungen Zentrifugalkräfte sich

ergeben.

Der Versuch Newtons mit dem rotierenden Wassergefäß lehrt nur, daß die Relativdrehung des Wassers gegen die *Gefäßwände* keine merklichen Zentrifugalkräfte weckt, daß dieselben aber durch die Relativdrehung gegen die Masse der Erde und die übrigen Himmelskörper geweckt werden. Niemand kann sagen, wie der Versuch quantitativ und qualitativ verlaufen würde, wenn die Gefäßwände immer dicker und massiger, zuletzt mehrere Meilen dick würden. Es liegt nur der *eine* Versuch vor, und wir haben denselben mit den übrigen uns bekannten Tatsachen, nicht aber mit unsern willkürlichen Dichtungen in Einklang zu bringen.

6. Als Newton die von Galilei gefundenen Prinzipien der Mechanik musterte, konnte ihm der hohe Wert des einfachen und präzisen Trägheitsgesetzes für deduktive Ableitungen unmöglich entgehen; er konnte nicht daran denken, auf dessen Hilfe zu verzichten. Aber auch in so naiver Weise auf die ruhend gedachte Erde bezogen, war für ihn das Trägheitsgesetz nicht haltbar. Denn für Newton stand die Rotation der Erde nicht mehr in Diskussion; sie rotierte bereits zweifellos wirklich. Galileis glücklicher Fund konnte hier nur für kleine Zeiten und Räume, während welcher die Drehung nicht in Betracht kam, nur annähernd gelten. Dafür schienen die Newtonschen Entwicklungen über die Planetenbewegung, auch auf den Fixsternhimmel bezogen, dem Trägheitsgesetz zu entsprechen. Um nun ein allgemein gültiges Bezugssystem zu haben, wagte Newton das Corollar V (S. 19 der ersten Auflage) der Prinzipien. Er denkt sich ein momentanes irdisches Koordinatensystem, für welches das Trägheitsgesetz gilt, im Raum, ohne Drehung gegen den Fixsternhimmel, festgehalten. Ja er kann diesem System auch noch eine beliebige Anfangslage und gleichförmige Translation gegen das erwähnte momentane irdische System erteilen, ohne seine Brauchbarkeit zu verlieren. werden dadurch nicht alteriert; nur die Anfangslagen und Anfangsgeschwindigkeiten, die Integrationskonstanten können sich ändern. Durch diese Fassung hat Newton den Sinn seiner *hypothetischen* Erweiterung des Galileischen *Trägheitsgesetzes* genau angegeben. Man sieht auch, daß die Reduktion auf den absoluten Raum keineswegs nötig war, indem sich das Bezugssystem ebenso relativ bestimmt wie in jedem andern Fall. Trotz seinem metaphysischen Hang fürs Absolute war Newton durch den Takt *des Naturforschers* richtig geleitet, was hier *besonders hervorgehoben sei, da es in den frühern Auflagen dieses Buches nicht genügend geschehen ist*. Wie weit und wie genau sich die Konjektur auch in Zukunft bewähren wird, bleibt natürlich dahingestellt.

Das Verhalten der irdischen Körper gegen die Erde läßt sich auf deren Verhalten gegen die fernen Himmelskörper zurückführen. Wollten wir behaupten, daß wir von den bewegten Körpern mehr kennen als jenes durch die Erfahrung nahegelegte hypothetische Verhalten gegen die Himmelskörper, so würden wir uns einer *Unehrlichkeit* schuldig machen. Wenn wir daher sagen, daß ein Körper seine Richtung und Geschwindigkeit im Raum beibehält, so liegt darin nur eine kurze Anweisung auf Beachtung der *ganzen* Welt. Der Erfinder des

Prinzips darf sich diesen gekürzten Ausdruck erlauben, weil er weiß, daß der Ausführung der Anweisung in der Regel keine Schwierigkeiten im Wege stehen. Er kann aber nicht helfen, wenn sich solche Schwierigkeiten einstellen, wenn z. B. die nötigen gegeneinander festliegenden Körper fehlen.

7. Statt nun einen bewegten Körper K auf den Raum (auf ein Koordinatensystem) zu beziehen, wollen wir direkt sein Verhältnis zu den *Körpern* des Weltraumes betrachten, durch welche jenes Koordinatensystem allein bestimmt werden kann. Voneinander sehr ferne Körper, welche in bezug auf andere ferne festliegende Körper sich mit konstanter Richtung und Geschwindigkeit bewegen, ändern ihre gegenseitige Entfernung der Zeit proportional. Man kann auch sagen, alle sehr fernen Körper ändern, von gegenseitigen oder andern Kräften abgesehen, ihre Entfernungen einander proportional. Zwei Körper, welche in kleiner Entfernung voneinander sich mit konstanter Richtung und Geschwindigkeit gegen andere festliegende Körper bewegen, stehen in einer komplizierterem Beziehung. Würde man die beiden Körper als voneinander abhängig betrachten, r ihre Entfernung, t die Zeit und a eine von den Richtungen und Geschwindigkeiten abhängige Konstante nennen, so würde sich ergeben: $\frac{d^2 r}{dt^2} = \frac{1}{r} \left[a^2 - \left(\frac{dr}{dt} \right)^2 \right]$. Es ist offenbar viel *einfacher* und *übersichtlicher*, die beiden Körper als voneinander unabhängig anzusehen und die Unveränderlichkeit ihrer Richtung und Geschwindigkeit gegen andere festliegende Körper zu beachten.

Statt zu sagen, die Richtung und Geschwindigkeit einer Masse μ im Raum bleibt konstant, kann man auch den Ausdruck gebrauchen, die mittlere Beschleunigung der Masse μ gegen die Massen $m, m', m'' \dots$ in den Entfernungen $r, r', r'' \dots$ ist = 0 oder $\frac{d^2}{dt^2} \sum \frac{mr}{m} = 0$. Letzterer Ausdruck ist dem erstem äquivalent, sobald man nur hinreichend viele, hinreichend weite und große Massen in Betracht zieht. Es fällt hierbei der gegenseitige Einfluß der nähern kleinen Massen, welche sich scheinbar umeinander nicht kümmern, von selbst aus. Daß die unveränderliche Richtung und Geschwindigkeit durch die angeführte Bedingung gegeben ist, sieht man, wenn man durch μ als Scheitel Kegel legt, welche verschiedene Teile des Weltraumes heraus schneiden, und wenn man für die Massen dieser einzelnen Teile die Bedingung aufstellt. Man kann natürlich auch für den *ganzen* μ umschließenden Raum $\frac{d^2}{dt^2} \sum \frac{mr}{m} = 0$ setzen. Diese Gleichung sagt aber nichts über die Bewegung von μ aus, da sie für jede Art der Bewegung gilt, wenn μ von unendlich vielen Massen gleichmäßig umgeben ist. Wenn zwei Massen μ_1, μ_2 eine von ihrer Entfernung r abhängige Kraft aufeinander ausüben, so ist $\frac{d^2 r}{dt^2} = (\mu_1 + \mu_2) f(r)$. Zugleich bleibt aber die Beschleunigung des Schwerpunkts der beiden Massen oder die mittlere Beschleunigung des Massensystems (nach dem Gegenwirkungsprinzip) gegen die Massen des Weltraumes = 0, d. h.

$$\frac{d^2}{dt^2} \left[\mu_1 \frac{\sum mr_1}{\sum m} + \mu_2 \frac{\sum mr_2}{\sum m} \right] = 0 \quad (2.1)$$

Bedenkt man, daß die in die Beschleunigung eingehende Zeit selbst nichts ist als die Maßzahl von Entfernungen (oder von Drehungswinkeln) der Weltkörper, so sieht man, daß selbst in dem einfachsten Fall, in welchem man sich scheinbar nur mit der Wechselwirkung von *zwei* Massen befaßt, ein Absehen von der übrigen Welt *nicht möglich* ist. Die Natur beginnt eben nicht mit Elementen, so wie wir genötigt sind, mit Elementen zu beginnen. Für uns ist es allerdings ein Glück, wenn wir zeitweilig unsern Blick von dem überwältigenden Ganzen ablenken und auf das Einzelne richten können. Wir dürfen aber nicht versäumen, alsbald das vorläufig Unbeachtete neuerdings ergänzend und korrigierend zu untersuchen.

8. Die eben angestellten Betrachtungen zeigen, daß wir nicht nötig haben, das Trägheitsgesetz auf einen besondern absoluten Raum zu beziehen. Vielmehr erkennen wir, daß sowohl jene Massen, welche nach der gewöhnlichen Ausdrucksweise Kräfte aufeinander ausüben, als auch jene, welche keine ausüben, zueinander in ganz gleichartigen Beschleunigungsbeziehungen stehen, und zwar kann man alle Massen als untereinander in Beziehung stehend betrachten. Daß bei den Beziehungen der Massen die *Beschleunigungen* eine hervorragende Rolle spielen, muß als eine Erfahrungstatsache hingenommen werden, was aber nicht ausschließt, daß man dieselbe durch Vergleichung mit andern Tatsachen, wobei sich neue Gesichtspunkte ergeben können, *aufzuklären* sucht. Bei allen Naturvorgängen spielen, die *Differenzen* gewisser Größen u eine maßgebende Rolle. Differenzen der Temperatur, der Potentialfunktion usw. veranlassen die Vorgänge, welche in der Ausgleichung dieser Differenzen bestehen. Die bekannten Ausdrücke $\frac{d^2u}{dx^2}$, $\frac{d^2u}{dy^2}$, $\frac{d^2u}{dz^2}$, welche bestimmend für die Art des Ausgleichs sind, können als Maß der Abweichung des Zustandes eines Punkts von dem Mittel der Zustände der Umgebung angesehen werden, welchem Mittel der Punkt zustrebt. In analoger Weise können auch die Massenbeschleunigungen aufgefaßt werden. Die großen Entfernungen von Massen, welche in keiner besondern Kraftbeziehung zueinander stehen, ändern sich einander *proportional*. Wenn wir also eine gewisse Entfernung ρ als Abszisse, eine andere r als Ordinate auftragen, so erhalten wir eine Gerade (2.15).

Jede einem gewissen p -Wert zukommende r -Ordinate stellt dann das Mittel der Nachbarordinaten vor. Stehen die Körper in einer Kraftbeziehung, so ist hierdurch ein Wert $\frac{2r}{dt^2}$ bestimmt, den wir den oben angeführten Bemerkungen zufolge durch einen Ausdruck von der Form $\frac{d^2r}{d\rho^2}$ ersetzen können. Durch die Kraftbeziehung ist also eine gewisse *Abweichung* der r -Ordinate vom *Mittel der Nachbarordinaten* bestimmt, welche Abweichung ohne diese Kraftbeziehung nicht bestehen würde. Diese Andeutung möge hier genügen.

9. Wir haben in dem Obigen versucht, das Trägheitsgesetz auf einen von dem gewöhnlichen verschiedenen Ausdruck zu bringen. Derselbe leistet, solange

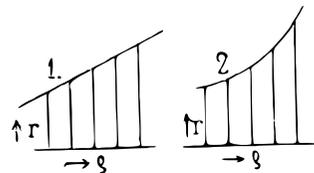


Fig. 2.15.

eine genügende Anzahl von Körpern im Weltraum scheinbar festliegt, dasselbe wie der gewöhnliche. Er ist ebenso leicht anzuwenden und stößt auf dieselben Schwierigkeiten. In dem einen Fall können wir des absoluten Raumes nicht habhaft werden, in dem andern Fall ist nur eine beschränkte Zahl von Massen unserer Kenntnis zugänglich, und die angedeutete Summation ist also nicht zu vollenden. Ob der neue Ausdruck den Sachverhalt noch darstellen würde, wenn die Sterne durcheinanderfluten würden, kann nicht angegeben werden. Die *allgemeinere* Erfahrung kann aus der uns vorliegenden *speziell* nicht herauskonstruiert werden. Wir müssen vielmehr eine solche Erfahrung *abwarten*. Dieselbe wird sich vielleicht bei Erweiterung unserer physisch-astronomischen Kenntnisse irgendwo im Himmelsraum, wo heftigere und kompliziertere Bewegungen vorgehen als in unserer Umgebung, darbieten. Das wichtigste Ergebnis unserer Betrachtungen ist aber, *daß gerade die scheinbar einfachsten mechanischen Sätze sehr komplizierter Natur sind, daß sie auf unabgeschlossenen, ja sogar auf nie vollständig abschließbaren Erfahrungen beruhen, daß sie zwar praktisch hinreichend gesichert sind, um mit Rücksicht auf die genügende Stabilität unserer Umgebung als Grundlage der mathematischen Deduktion zu dienen, daß sie aber keineswegs selbst als mathematisch ausgemachte Wahrheiten angesehen werden dürfen, sondern vielmehr als Sätze, welche einer fortgesetzten Erfahrungskontrolle nicht nur fähig, sondern sogar bedürftig sind.* Ich glaube nicht, daß die seit Dezennien erschienenen Schriften der Vertreter des absoluten Raumes etwas anderes behaupten können, als die gesperrte Stelle, die schon 1883 in der ersten Auflage, S. 221, 222, stand. Diese Einsicht ist wertvoll, weil sie den wissenschaftlichen Fortschritt begünstigt.

10. Oft ist in älterer und neuerer Zeit das Trägheitsgesetz erörtert worden und fast immer hat sich die prinzipiell bedenkliche, hohle Idee des absoluten Raumes trübend eingemischt. Wir wollen uns hier auf Erwähnung der neuern Diskussionen dieses Themas beschränken.

Hier müssen zunächst die Schriften von *C. Neumann* genannt werden: „Über die Prinzipien der Galilei-Newtonschen Theorie“ (1870), „Über den Körper Alpha“ (Ber. der königl. sächs. Gesellsch. d. Wissensch., 1910, III). Indem der Verfasser die Beziehung auf den Körper Alpha in der ersten Schrift S. 22 bezeichnet als eine Beziehung auf ein geradlinig gleichförmig ohne Rotation fortschreitendes Achsensystem, fällt seine Angabe ganz zusammen mit dem schon angeführten Corollarium V von Newton. Ich glaube jedoch nicht, daß die Fiktion des Körpers Alpha, sowie die Beibehaltung der Unterscheidung von absoluter und relativer Bewegung und die daran sich knüpfenden Paradoxen S. 27, 28 zur Klärung der Sache besonders beigetragen haben. In der Publikation 1910, S. 70, Anm. 1, bezeichnet der Verfasser seine Aufstellung als rein hypothetisch, worin ein wesentlicher Fortschritt in der Erkenntnis des Newtonschen Corollar V liegt. In der letztem Arbeit wird auch Langes Standpunkt als mit dem seinigen wesentlich übereinstimmend dargelegt.

H. Streintz („Die physikalischen Grundlagen der Mechanik“, 1883) akzeptiert die Newtonsche Unterscheidung von absoluter und relativer Bewegung,

kommt übrigens auch auf die Fassung des Newtonschen Corollarium V hinaus. Was ich gegen Streintz' Kritik meiner Ansichten zu sagen hatte, ist in den frühem Auflagen enthalten und soll hier nicht wiederholt werden.

L. Lange: „Über die wissenschaftliche Fassung des Galileischen Beharrungsgesetzes“ (in Wundts „Philos. Studien“, 1885, Bd. II, S. 266–297, 539–545); „Ber. d. königl. sächs. Gesellsch. d. Wissensch., math.-physik. Klasse“, 1885, S. 333–351; „Die geschichtliche Entwicklung des Bewegungsbegriffs“ (Leipzig 1886); „Das Inertialsystem vor dem Forum der Naturforschung“ (Leipzig 1902).

L. Lange geht von der Voraussetzung aus, daß das allgemeine Newtonsche Trägheitsgesetz *besteht*, und sucht nun das Koordinatensystem, auf welches es zu beziehen ist (1885). Gegen einen beliebigen, auch krummlinig bewegten Punkt P_1 kann ein Koordinatensystem so bewegt werden, daß der Punkt P_1 in diesem eine Gerade G_1 beschreibt. Kommt ein zweiter beliebig bewegter Punkt P_2 hinzu, so kann jenes System noch immer so bewegt werden, daß eine zweite, gegen G_1 im allgemeinen windschiefe Gerade (G_2 von P_2 beschrieben wird, wenn nur der kürzeste Abstand $G_1 G_2$ den kürzesten, welchen $P_1 P_2$ irgend einmal erreichen kann, nicht übertrifft. Koch immer ist das System um $P_1 P_2$ drehbar. Wählt man noch eine dritte Gerade G_3 so, daß alle Dreiecke $P_3 P_2 P_1$, welche durch einen dritten hinzutretenden, beliebig bewegten Punkt P_3 entstehen können, durch Punkte auf $G_1 G_2 G_3$ darstellbar sind, so kann auch P_3 auf G_3 fortschreiten. Für höchstens drei Punkte ist also ein Koordinatensystem, in welchem diese geradlinig fortschreiten, bloße *Konvention*. Den wesentlichen Inhalt des *Trägheitssatzes* sieht nun Lange darin, daß sich mit Hilfe von drei sich selbst überlassenen materiellen Punkten ein Koordinatensystem ausfindig machen läßt, in bezug auf welches vier und beliebig viele sich selbst überlassene materielle Punkte geradlinig, unter Beschreibung einander proportionaler Wegstrecken sich bewegen. Der Vorgang in der Natur wäre also eine Vereinfachung und Beschränkung der kinematisch möglichen Mannigfaltigkeit.

Dieser ansprechende Grundgedanke sowie auch dessen Konsequenzen fanden viel Anerkennung bei Mathematikern, Physikern und Astronomen. (Vgl. H. Seeligers Referat über Langes Arbeiten in der „Vierteljahresschrift d. Astronom. Gesellsch.“, 22. Jahrg., S. 252; ferner H. Seeliger, Über die sogenannte absolute Bewegung, Sitzungsber. d. Münchener Akad. d. W., 1906, S. 85.) — Nun hat J. Petzoldt („Die Gebiete der absoluten und der relativen Bewegung“, in Ostwalds „Annalen der Naturphilosophie“, 1908, Bd. VII, S. 29–62) gewisse Schwierigkeiten in den Gedanken Langes gefunden, welche auch andere beunruhigt haben und die nicht so rasch zu beseitigen sind. Wir wollen deshalb, bis sich die Nebel verziehen, das Referat über die Langeschen Koordinatensysteme, die Inertialsysteme, vorläufig abbrechen. Seeliger hat versucht, das Verhältnis des Inertialsystems zu dem im Gebrauch befindlichen astronomischen empirischen Koordinatensystem zu bestimmen, und glaubt sagen zu können, daß sich letzteres um ersteres nicht mehr als einige Bogensekunden im Jahrhundert drehen kann. (Vgl. auch A. Anding, Über Koordinaten und Zeit, in „Enzyklopädie

der mathematischen Wissenschaften“, Bd. VI, Abt. 2, Heft 1.)

11. Die Ansicht, daß die „absolute Bewegung“ ein sinnloser, inhaltsleerer, wissenschaftlich nicht verwendbarer Begriff sei, die vor dreißig Jahren fast allgemein Befremden erregte, wird heute von vielen und namhaften Forschern vertreten. Ich möchte als entschiedene „Relativisten“ nur anführen: Stallo, J. Thomson, Ludwig Lange, Love, Kleinpeter, J. G. MacGregor, Mansion, Petzoldt, Pearson. Die Zahl der Relativisten ist in rascher Zunahme begriffen und die vorstehende Liste gewiß schon nicht mehr vollständig. Wahrscheinlich wird es bald keinen bedeutenden Vertreter der Gegenansicht mehr geben. Sind aber die ohnehin ungreifbaren Hypothesen des absoluten Raumes und der absoluten Zeit nicht mehr haltbar, so entsteht die Frage: Auf welche Weise können wir dem Trägheitsgesetz einen verständlichen Sinn geben? MacGregor zeigt in einer vortrefflichen, für Lange sehr anerkennenden, klar geschriebenen Abhandlung („Philos. Magazin“, XXXVI, 1893, S. 233) zwei Wege auf:

1. Den historisch-kritischen Weg, welcher von neuem die Tatsachen ins Auge faßt, auf welchen der Trägheitssatz ruht, welcher ferner dessen Gültigkeitsgrenzen und eventuell eine neue Formulierung in Betracht zieht.
2. Die Annahme, daß der Trägheitssatz in seiner alten Form die Bewegungen genügend kennen lehrt, und die Ableitung des richtigen Koordinatensystems aus diesen Bewegungen.

Für die erste Methode gibt, wie mir scheint, Newton selbst mit seinem in dem mehrfach genannten Corollar V angedeuteten Bezugssystem das erste Beispiel. Diesem liegt es auch schon nahe, auf notwendig werdende Modifikationen des Ausdrucks durch Erweiterung der Erfahrung Rücksicht zu nehmen. Der zweite Weg liegt *psychologisch* gewiß am nächsten bei dem großen Vertrauen, welches die Mechanik als exakteste Naturwissenschaft genießt. In der Tat ist dieser Weg mit mehr oder weniger Erfolg oft eingeschlagen worden. W. Thomson und Tait („Treatise on Natural Philosophy“, Tl. I, Bd. 1, 1879, § 249) bemerken, daß zwei aus demselben Ort zugleich geschleuderte und dann sich selbst überlassene materielle Punkte sich so bewegen, daß deren Verbindungslinie sich selbst parallel bleibt. Wenn also vier Punkte O , P , Q , B zugleich aus demselben Ort geschleudert werden und dann keiner Kraft mehr unterliegen, so geben die Verbindungslinien OP , OQ , OK stets *fixe* Richtungen an. J. Thomson versucht in zwei Artikeln (Proceed. R.S.E., 1884, S. 568 u. 730) das dem Trägheitssatz entsprechende Bezugssystem zu konstruieren, wobei er schon erkennt, daß die Annahmen über Gleichförmigkeit und Geradlinigkeit *teilweise Konvention* sind. Durch J. Thomson angeregt, beteiligt sich auch Tait (a. a. O., S. 743) an der Lösung derselben Aufgabe durch Quaternionen. Auch MacGregor in seiner „Presidential Adress“ (Transact. R.S. of Canada, Vol. X, 1892, Sect. III, insbesondere S. 5 u. 6) finden wir auf demselben Wege.

Dieselben psychologischen Motive waren wohl bei Ludwig Lange wirksam, der in dem Streben, das *Newtonsche* Trägheitsgesetz *richtig zu interpretieren*,

am glücklichsten gewesen ist, und zwar schon 1885 (vgl. dessen beide Artikel in Wundts „Philos. Studien“, 1885).

Kürzlich hat Lange (Wundts „Philos. Studien“, XX, 1902) eine kritische Abhandlung publiziert, in welcher er auch ausführt, wie nach seinen Prinzipien ein *neues* Koordinatensystem zu gewinnen wäre, wenn die gewöhnliche rohe Beziehung auf den Fixsternhimmel infolge genauerer astronomischer Beobachtungen nicht mehr zureichen sollte. Über den *theoretischen* formalen Wert des Langeschen Ausdrucks, darüber, daß gegenwärtig der Fixsternhimmel das allein brauchbare *praktische* Bezugssystem ist, und über die Methode, durch allmähliche Korrekturen ein neues Bezugssystem zu gewinnen, besteht wohl keine Meinungsverschiedenheit zwischen Lange und mir. Die Differenz, die noch besteht und vielleicht bestehen bleiben wird, liegt darin, daß Lange als *Mathematiker* an die Frage herangetreten ist, während ich die *physikalische* Seite ins Auge gefaßt habe.

Lange setzt mit einer gewissen Zuversicht voraus, daß auch bei ausgiebigen Bewegungen am Himmel sein Ausdruck sich bewähren würde. Ich kann diese Zuversicht nicht teilen. Mir erscheint die Umgebung, in welcher wir leben, mit ihren fast unveränderlichen Winkeln der Richtungen nach den Gestirnen hin als ein äußerst spezieller Fall, und ich würde nicht wagen, von diesem auf einen stark verschiedenen zu schließen. Wenngleich auch ich erwarte, daß astronomische Beobachtungen zunächst nur sehr unscheinbare Korrekturen notwendig machen werden, so halte ich es doch für möglich, daß der Trägheitssatz in seiner einfachen Newtonschen Form für uns Menschen nur örtliche und zeitliche Bedeutung hat. Erlauben wir uns noch eine freiere Betrachtung. Wir messen unsere Zeit nach dem Drehungswinkel der Erde, könnten dieselbe aber ebenso wohl nach dem Drehungswinkel irgendeines andern Planeten bemessen. Darum werden wir aber nicht glauben, daß der *zeitliche* Verlauf aller physikalischen Erscheinungen sofort gestört werden müßte, wenn die Erde oder jener ferne Planet eine zufällige plötzliche Änderung der Winkelgeschwindigkeit erfahren würde. Wir halten die Abhängigkeit für *keine unmittelbare*, also die zeitliche Orientierung für eine *äußerliche*. So wird auch niemand glauben, daß in einem System unbeeinflusster, sich selbst überlassener, geradlinig gleichförmig bewegter Körper die zufällige Störung des *einen*, bei Fixierung des Koordinatensystems mitbestimmenden, etwa durch einen Zusammenstoß, sofort auch eine Störung der übrigen zur Folge hätte. Die Orientierung ist auch hier äußerlich. So sehr man auch für diese dankbar sein muß, namentlich wenn sie von Sinnlosigkeiten gereinigt ist, so sehr wird der Naturforscher das Bedürfnis nach weiterer Einsicht, nach Erkenntnis der *unmittelbaren* Zusammenhänge, etwa der Massen des Weltalls, empfinden. Als Ideal wird ihm eine prinzipielle Einsicht vorschweben, aus der sich in *gleicher* Weise die beschleunigten und die Trägheitsbewegungen ergeben. Der Fortschritt von der Keplerschen Entdeckung zu dem Newtonschen Gravitationsgesetz und das Drängen von diesem zu einem physikalischen Verständnis nach Art der elektrischen Fernwirkung mag hier vorbildlich sein. Wir müssen sogar dem Gedanken Raum geben, daß die Massen, die wir sehen

und nach welchen wir uns zufällig orientieren, vielleicht gar nicht die eigentlich entscheidenden sind. Deshalb darf man auch Experimentalideen, wie die der Herren Friedländer³ und Föppl⁴, nicht unterschätzen, wenn man auch noch keinen unmittelbaren Erfolg absieht. Greift der Forscher auch freudig nach dem zunächst Erreichbaren, so schadet ihm gewiß nicht der zeitweilige Blick in die Tiefe des Unerforschten.

12. Eine kleine elementare Abhandlung von J. R. Schütz („Prinzip der absoluten Erhaltung der Energie“, in „Göttinger Nachrichten“, math.-physik. Klasse, 1897) zeigt an einfachen Beispielen, daß sich aus dem genannten Prinzip die Newtonschen Gesetze gewinnen lassen. Die Bezeichnung „absolut“ soll nur ausdrücken, daß das Prinzip von einer Unbestimmtheit und Willkür befreit werden soll. Denkt man sich das Prinzip auf den zentralen Stoß punktförmiger elastischer Massen m_1, m_2 von den Anfangsgeschwindigkeiten u_1, u_2 und den Endgeschwindigkeiten v_1, v_2 angewendet, so hat man

$$m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2. \quad (2.2)$$

Man kann v_1 , und v_2 aus u_1 und u_2 sofort berechnen, wenn man das Energieprinzip auch für eine beliebige, den u und v gleichgerichtete Translationsgeschwindigkeit c gelten läßt, also:

$$m_1(u_1 + c)^2 + m_2(u_2 + c)^2 = m_1(v_1 + c)^2 + m_2(v_2 + c)^2 \quad (2.3)$$

denn zieht man die erste Gleichung von der zweiten ab, so erhält man die Gleichung des Gegenwirkungsprinzips

$$m_1 u_1^2 + m_2 u_2^2 = m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2. \quad (2.4)$$

in welcher c ausgefallen ist. Durch die erste und letzte Gleichung ergibt sich aber die Berechnung von v_1 und v_2 . Durch eine analoge Behandlung des „absoluten“ Energieprinzips erhält man die *Newtonsche* Kraftgleichung für einen Massenpunkt und endlich auch das Gegenwirkungsgesetz mit seinen Folgerungen der Erhaltung der Bewegungsquantität, der Erhaltung des Schwerpunkts. Die Lektüre der Abhandlung ist sehr zu empfehlen, da auch der Massenbegriff mit Hilfe des Energieprinzips ableitbar ist. (Vgl. den zweitfolgenden Abschnitt 8, Rückblick auf die Entwicklung der Dynamik.)

2.7 Übersichtliche Kritik der Newtonschen Aufstellungen.

1. Wir können nun, nachdem wir die Einzelheiten genügend besprochen haben, die Form und die Anordnung der Newtonschen Aufstellungen noch einmal über-

³B. und J. Friedländer, Absolute und relative Bewegung (Berlin 1896).

⁴A. Föppl, Über einen Kreisversuch zur Messung der Umdrehungsgeschwindigkeit der Erde, in Sitzungsber. d. Münchener Akad., 1904, S. 5. ü Über absolute und relative Bewegung, ebenda 1904, S. 383.

schauen. Newton schickt mehrere Definitionen voraus und laßt denselben die Gesetze der Bewegung folgen. Wir beschäftigen uns zunächst mit den erstem.

„Definition 1. Die Menge der Materie wird durch ihre Dichtigkeit und ihr Volumen vereint gemessen. — Diese Menge der Materie werde ich im folgenden unter dem Namen Körper oder Masse verstehen, und sie wird durch das Gewicht des jedesmaligen Körpers bekannt. Daß die Masse dem Gewicht proportional sei, habe ich durch sehr genau angestellte Pendelversuche gefunden, wie später gezeigt werden wird.

„Definition 2. Die Größe der Bewegung wird durch die Geschwindigkeit und die Menge der Materie vereint gemessen.

„Definition 3. Die Materie besitzt das Vermögen zu widerstehen; deshalb verharret jeder Körper, soweit es an ihm ist, in seinem Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen geradlinigen Bewegung.

„Definition 4. Eine angebrachte Kraft ist das gegen einen Körper ausgeübte Bestreben, seinen Zustand zu ändern, entweder den der Ruhe oder den der gleichförmigen geradlinigen Bewegung.

„Definition 5. Die Zentripetalkraft bewirkt, daß ein Körper gegen irgendeinen Punkt als Zentrum gezogen oder gestoßen wird, oder auf irgendeine Weise dahin zu gelangen strebt.

„Definition 6. Die absolute Größe der Zentripetalkraft ist das größere oder kleinere Maß derselben nach Verhältnis der wirkenden Ursache, welche vom Mittelpunkt nach den umgebenden Teilen sich fortpflanzt.

„Definition 7. Die Größe der beschleunigenden Zentripetalkraft ist proportional der Geschwindigkeit, welche sie in einer gegebenen Zeit erzeugt.

„Definition 8. Die Größe der bewegenden Zentripetalkraft ist der Bewegungsgröße proportional, welche sie in einer gegebenen Zeit erzeugt.

„Man kann der Kürze wegen diese auf dreifache Weise betrachtete Größe der Kraft absolute, beschleunigende und bewegende Kraft nennen und sie zu gegenseitiger Unterscheidung auf die nach dem Mittelpunkt strebenden Körper, den Ort der Körper und den Mittelpunkt der Kräfte beziehen. Die bewegende Kraft auf den Körper, als ein Streben und Hinneigen des Ganzen gegen das Zentrum, welches aus der Hinneigung der einzelnen Teile zusammengesetzt ist. Die beschleunigende Kraft auf den Ort des Körpers als eine wirkende Ursache, welche sich vom Zentrum aus nach den einzelnen es umgebenden Orten zur Bewegung des in denselben befindlichen Körpers fortpflanzt. Die absolute Kraft auf das Zentrum, welches mit einer Ursache begabt ist, ohne welche die bewegenden Kräfte sich nicht durch den Raum fortpflanzen würden. Diese Ursache mag nun irgendein Zentralkörper (wie der Magnet im Zentrum der magnetischen, die Erde im Zentrum der Schwerkraft) oder irgendwie unsichtbar sein. Dies ist wenigstens der mathematische Begriff derselben, denn die physischen Ursachen und Sitze der Kräfte ziehe ich hier nicht in Betracht.

„Die beschleunigende Kraft verhält sich daher zur bewegenden wie die Geschwindigkeit zur Bewegungsgröße. Die Größe der Bewegung entsteht nämlich aus dem Produkt der Geschwindigkeit in die Masse und die bewegende Kraft

aus dem Produkt der beschleunigenden Kraft in dieselbe Masse, indem die Summe der Wirkungen, welche die beschleunigende Kraft in den einzelnen Teilen des Körpers hervorbringt, die bewegende Kraft des ganzen Körpers ist. Daher verhält sich in der Nähe der Erdoberfläche, wo die beschleunigende Kraft, d. h. die Kraft der Schwere, in allen Körpern dieselbe ist, die bewegende Kraft der Schwere oder das Gewicht wie der Körper. Steigt man aber zu Gegenden auf, in denen die beschleunigende Kraft der Schwere geringer wird, so wird das Gewicht gleichmäßig vermindert und stets dem Produkt aus der beschleunigenden Kraft der Schwere und dem Körper proportional sein. So wird in Gegenden, wo die beschleunigende Kraft halb so groß ist, das Gewicht eines Körpers um die Hälfte vermindert. Ferner nenne ich die Anziehung und den Stoß in demselben Sinne beschleunigend und bewegend. Die Benennung: Anziehung, Stoß oder Hinneigung gegen den Mittelpunkt nehme ich ohne Unterschied und untereinander vermischt an, indem ich diese Kräfte nicht im physischen, sondern nur im mathematischen Sinne betrachte. Der Leser möge daher aus Bemerkungen dieser Art nicht schließen, daß ich die Art und Weise der Wirkung oder die physische Ursache erkläre, oder auch daß ich den Mittelpunkten (welche geometrische Punkte sind) wirkliche und physische Kräfte beilege, indem ich sage: Die Mittelpunkte ziehen an, oder es finden Mittelpunktskräfte statt.“

2. Die Definition 1 ist, wie schon ausführlich dargetan wurde, eine Scheindefinition. Der Massenbegriff wird dadurch nicht klarer, daß man die Masse als das Produkt des Volumens und der Dichte darstellt, da die Dichte selbst nur die Masse der Volumeinheit vorstellt. Die wahre Definition der Masse kann nur aus den dynamischen Beziehungen der Körper zueinander abgeleitet werden.

Gegen die Definition 2, die einen bloßen Rechnungsausdruck erklärt, ist nichts einzuwenden. Hingegen wird die Definition 3 (Trägheit) durch die Kraftdefinitionen 4–8 überflüssig gemacht, da durch die beschleunigende Natur der Kräfte die Trägheit schon gegeben ist.

Definition 4 erklärt die Kraft als die Beschleunigungsursache oder das Beschleunigungsbestreben eines Körpers. Letzteres rechtfertigt sich dadurch, daß auch in dem Fall, als Beschleunigungen nicht auftreten können, andere denselben entsprechende Veränderungen, Druck, Dehnung der Körper usw., eintreten. Die Ursache einer Beschleunigung gegen ein bestimmtes Zentrum hin wird in Definition 5 als Zentripetalkraft erklärt und in 6, 7, 8 in die absolute, beschleunigende und bewegende geschieden. Es ist wohl Geschmacks- und Formsache, ob man die Erläuterung des Kraftbegriffs in eine oder mehrere Definitionen fassen will. Prinzipiell ist gegen die Newtonschen Definitionen nichts einzuwenden.

3. Es folgen nun die Axiome oder Gesetze der Bewegung, von welchen Newton drei aufstellt:

„1. Gesetz. Jeder Körper beharrt in seinem Zustand der Ruhe oder der gleichförmigen geradlinigen Bewegung, wenn er nicht durch einwirkende Kräfte gezwungen wird, seinen Zustand zu ändern.

„2. Gesetz. Die Änderung der Bewegung ist der Einwirkung der bewegenden

Kraft proportional und geschieht nach der Richtung derjenigen geraden Linie, nach welcher jene Kraft wirkt.

„3. Gesetz. Die Wirkung ist stets der Gegenwirkung gleich, oder die Wirkungen zweier Körper aufeinander sind stets gleich und von entgegengesetzter Richtung.“

Diesen drei Gesetzen schließt Newton mehrere Zusätze an. Der 1. und 2. Zusatz bezieht sich auf das Prinzip des Kräfteparallelogramms, der 3. auf die bei der Gegenwirkung erzeugte Bewegungsquantität, der 4. auf die Unveränderlichkeit des Schwerpunkts durch die Gegenwirkung, der 5. und 6. auf die relative Bewegung.

4. Man erkennt leicht, daß das 1. und 2. Gesetz durch die vorausgehenden Kraftdefinitionen schon gegeben ist. Nach denselben besteht ohne Kraft keine Beschleunigung und demnach nur Ruhe oder geradlinige gleichförmige Bewegung. Es ist ferner nur eine ganz unnötige Tautologie, nachdem die Beschleunigung als Kraftmaß festgesetzt ist, noch einmal zu sagen, daß die Bewegungsänderung der Kraft proportional sei. Es wäre genügend gewesen, zu sagen, daß die vorausgeschickten Definitionen keine willkürlichen mathematischen seien, sondern in der Erfahrung gegebenen Eigenschaften der Körper entsprechen. Das 3. Gesetz enthält scheinbar etwas Neues. Wir haben aber schon gesehen, daß es ohne den richtigen Massenbegriff unverständlich ist, hingegen durch den Massenbegriff, der selbst nur durch dynamische Erfahrungen gewonnen werden kann, unnötig wird.

Das Pleonastische, Tautologische, Abundante der Newtonschen Aufstellungen wird übrigens psychologisch verständlich, wenn man sich einen Forscher vorstellt, der, von den ihm geläufigen Vorstellungen der Statik ausgehend, im Begriff ist, die Grundsätze der Dynamik aufzustellen. Er hat bald die Kraft als Zug oder Druck, bald als beschleunigungbestimmend im Blickpunkt der Aufmerksamkeit. Wenn er einerseits durch die Vorstellung eines Drucks, der *allen Kräften gemeinsam* ist, sofort erkennt, daß *alle Kräfte auch beschleunigungbestimmend* sind, so verleitet ihn diese *Doppelvorstellung* andererseits zu einer *zersplitterten*, wenig einheitlichen Darstellung der neuen Grundsätze. (Vgl. „Erkenntnis und Irrtum“, 2. Aufl., S. 140, 315.)

Zusatz 1 enthält wirklich etwas Neues. Derselbe betrachtet aber die durch verschiedene Körper M, N, P in einem Körper K bedingten Beschleunigungen als *selbstverständlich* voneinander unabhängig, während dies gerade ausdrücklich als eine *Erfahrungstatsache* anzuerkennen wäre. Zusatz 2 ist eine einfache Anwendung des in Zusatz 1 ausgesprochenen Gesetzes. Auch die übrigen Zusätze stellen sich als einfache deduktive (mathematische) Ergebnisse aus den vorausgegangenen Begriffen und Gesetzen dar.

5. Selbst wenn man ganz auf dem Newtonschen Standpunkt bleibt und von den erwähnten Komplikationen und Unbestimmtheiten ganz absieht, welche durch die abgekürzte Bezeichnung „Zeit“ und „Raum“ nicht beseitigt, sondern nur verdeckt werden, kann man die Newtonschen Aufstellungen durch viel einfachere, methodisch mehr geordnete und befriedigende ersetzen. Dieselben wären

unseres Erachtens etwa *folgende*:

- a) Erfahrungssatz. Gegenüberstehende Körper bestimmen unter gewissen, von der Experimentalphysik anzugebenden Umständen aneinander entgegengesetzte Beschleunigungen nach der Richtung ihrer Verbindungslinie. (Der Satz der Trägheit ist hier schon eingeschlossen.)
- b) Definition. Das Massenverhältnis zweier Körper ist das negative umgekehrte Verhältnis der gegenseitigen Beschleunigungen.
- c) Erfahrungssatz. Die Massenverhältnisse sind unabhängig von der Art der physikalischen Zustände der Körper (ob dieselben elektrische, magnetische usw. sind), welche die wechselseitige Beschleunigung bedingen, sie bleiben auch dieselben, ob sie mittelbar oder unmittelbar gewonnen werden.
- d) Erfahrungssatz. Die Beschleunigungen, welche mehrere Körper A, B, C, \dots an einem Körper K bestimmen, sind voneinander unabhängig. (Der Satz des Kräfteparallelogramms folgt hieraus unmittelbar.)
- e) Definition. Bewegende Kraft ist das Produkt aus dem Massenwert eines Körpers in die an demselben bestimmte Beschleunigung.

Die Sätze a–e stehen schon in meiner Note „über die Definition der Masse“ in Carls „Repertorium der Experimentalphysik“, Bd. IV, 1868, abgedruckt in „Erhaltung der Arbeit“, 1872; 2. Aufl., Leipzig 1909. (Vgl. noch Poincaré, *La Science et l’Hypothèse*, Paris, p. 110 fg.)

Nun könnten noch die übrigen willkürlichen Definitionen der Rechnungsdrücke „Bewegungsgröße“, „lebendige Kraft“ usw. folgen, welche aber durchaus nicht unentbehrlich sind. Die angeführten Sätze erfüllen die Forderung der Einfachheit und Sparsamkeit, welche man an dieselben aus ökonomisch-wissenschaftlichen Gründen stellen muß. Sie sind auch durchsichtig und klar, denn es kann bei keinem derselben ein Zweifel bestehen, was er bedeutet, aus welcher Quelle er stammt, ob er eine Erfahrung oder eine willkürliche Festsetzung ausspricht.

6. Im ganzen kann man sagen, daß Newton in vorzüglicher Weise die Begriffe und Sätze herausgefunden hat, welche *genügend gesichert* waren, um auf denselben weiterzubauen. Er dürfte zum Teil durch die Schwierigkeit und Neuheit des Gegenstandes seinen Zeitgenossen gegenüber zu einer großen Breite und dadurch zu einer gewissen Zerrissenheit der Darstellung genötigt gewesen sein, infolge welcher z. B. ein und dieselbe Eigenschaft der mechanischen Vorgänge mehrmals formuliert erscheint. Teilweise war er aber nachweislich über die Bedeutung und namentlich über die Erkenntnisquelle seiner Sätze selbst nicht vollkommen klar. Und auch dies vermag nicht den leisesten Schatten auf seine geistige Größe zu werfen. Derjenige, welcher einen neuen Standpunkt zu erwerben hat, kann denselben natürlich nicht von vornherein so sicher innehaben wie jene, welche diesen Standpunkt mühelos von ihm übernehmen. Er

bat genug getan, wenn er Wahrheiten gefunden hat, auf die man weiterbauen kann. Denn jede neue Folgerung bietet zugleich eine neue Einsicht, eine neue Kontrolle, eine Erweiterung der Übersicht, eine Klärung des Standpunkts. Der Feldherr so wenig als der große Entdecker kann bei jedem gewonnenen Posten kleinliche Untersuchungen darüber anstellen, mit welchem Recht er denselben besitzt. Die Größe der zu lösenden Aufgabe läßt hierzu keine Zeit. Später wird dies Sanders. Von den beiden folgenden Jahrhunderten durfte Newton wohl erwarten, daß sie die Grundlagen des von ihm Geschaffenen weiter untersuchen und befestigen würden. In der Tat können in Zeiten größerer wissenschaftlicher Ruhe die Prinzipien ein höheres philosophisches Interesse gewinnen als alles, was sich auf dieselben bauen läßt. Dann treten Fragen auf, wie die hier behandelten, zu deren Beantwortung hier vielleicht ein kleiner Beitrag geliefert worden ist. Wir stimmen dem mit Recht hochberühmten Physiker W. Thomson (Lord Kelvin) in der Verehrung und Bewunderung Newtons bei. Sir W. Thomsons Ansicht aber, daß die Newtonschen Aufstellungen auch heute noch das Beste und Philosophischste seien, was man geben könne, ist uns schwer verständlich.

2.8 Rückblick auf die Entwicklung der Dynamik.

1. Die Dynamik hat sich auf analoge Art entwickelt wie die Statik. Verschiedene besondere Fälle von Bewegungen der Körper wurden beobachtet, und man hat versucht, diese Beobachtungen in Regeln zu fassen. So wenig sich aber aus der Beobachtung eines Gleichgewichtsfalles der schiefen Ebene oder des Hebels wegen der Ungenauigkeit der Messung eine mathematisch genaue und allgemein gültige Regel für das Gleichgewicht ableiten läßt, so wenig trifft dies auch für die Bewegungsfälle zu. Die Beobachtung leitet zunächst nur zur *Vermutung* von Bewegungsgesetzen, die man in besonderer Einfachheit und Genauigkeit als *Hypothesen* annimmt, um zu versuchen, ob sich das Verhalten der Körper aus diesen Hypothesen logisch ableiten läßt. Erst wenn sich diese Hypothesen in vielen einfachen und komplizierten Fällen bewährt haben, kommt man überein, sie festzuhalten. *Poincaré* (in „La Science et l’Hypothèse“) hat also recht, wenn er die Grundsätze der Mechanik *Konventionen* nennt, die wohl auch anders hätten ausfallen können.

Wenn wir die Entwicklungsperiode der Dynamik überblicken, welche durch Galilei eingeleitet, durch Huygens weitergeführt, durch Newton abgeschlossen wurde, so stellt sich als Hauptergebnis die Erkenntnis dar, daß die Körper gegenseitig aneinander von räumlichen und materiellen Umständen abhängige *Beschleunigungen* bestimmen und daß es *Massen* gibt. Daß die Erkenntnis dieser Tatsachen sich in so vielen Sätzen darstellt, hat lediglich einen historischen Grund; sie wurde nicht auf einmal, sondern schrittweise gewonnen. Es ist eigentlich nur eine große Tatsache, die festgestellt worden ist. Verschiedene Körperpaare bestimmen unabhängig voneinander an sich selbst Beschleunigungspaare, deren Glieder das für jedes Körperpaar charakteristische unver-

änderliche Verhältnis darbieten. Selbst so bedeutende Menschen wie Galilei, Huygens und Newton konnten diese Tatsache nicht auf einmal *erschauen*, sondern nur stückweise erkennen, wie sich dies in dem Fallgesetz, dem besondern Trägheitsgesetz, dem Prinzip des Kräfteparallelogramms, dem Massenbegriff usw. ausspricht. Heute hat es keine Schwierigkeit mehr, die Einheit der ganzen Tatsache zu durchblicken. Nur das praktische Bedürfnis der Mitteilung kann die stückweise Darstellung durch mehrere Sätze (deren Zahl eigentlich nur durch den wissenschaftlichen Geschmack bestimmt wird) rechtfertigen. Die Erinnerung an die über die Begriffe Zeit, Trägheit usw. gegebenen Ausführungen befestigt übrigens gewiß die Überzeugung, daß genau genommen selbst heute die *ganze* fragliche Tatsache noch nicht nach allen Seiten vollständig erkannt ist.

Mit den „unbekannten Ursachen“ der Naturvorgänge hat der gewonnene Standpunkt (wie Newton ausdrücklich hervorhebt) nichts zu schaffen. (Was wir heute in der Mechanik Kraft nennen, ist nicht etwas in den Vorgängen Verborgenes, sondern ein meßbarer tatsächlicher Bewegungsumstand, das Produkt aus der Masse in die Beschleunigung. Auch wenn man von Anziehungen oder Abstoßungen der Körper spricht, hat man nicht nötig, an irgendwelche verborgene Ursachen der Bewegung zu denken. Man bezeichnet durch den Ausdruck Anziehung nur die *tatsächliche Ähnlichkeit* des durch die Bewegungsumstände bestimmten Vorgangs mit dem Effekt eines Willensimpulses. In beiden Fällen erfolgt entweder wirkliche Bewegung oder, wenn diese durch einen andern Bewegungsumstand wieder aufgehoben ist, Zerrung, Pressung der Körper usw.

2. Das eigentliche Werk des Genies bestand darin, den Zusammenhang gewisser Bestimmungsstücke der mechanischen Vorgänge zu bemerken. Die genauere Feststellung der Form dieses Zusammenhanges fiel mehr der bedächtigen Arbeit anheim, welche die verschiedenen Begriffe und Sätze der Mechanik schuf. Den wahren Wert und die Bedeutung dieser Sätze und Begriffe kann man nur durch Untersuchung ihres historischen Ursprungs ermitteln. Hierbei zeigt sich nun zuweilen unverkennbar, daß zufällige Umstände dem Entwicklungsgang eine eigentümliche Richtung gegeben haben, welche unter andern Umständen sehr verschieden hätten ausfallen können, wie dies hier durch ein Beispiel erläutert werden soll.

Bevor Galilei die bekannte Abhängigkeit zwischen der Endgeschwindigkeit und Fallzeit annahm und dieselbe durch das Experiment prüfte, versuchte er, wie bereits erwähnt, eine andere Annahme und setzte die Endgeschwindigkeit proportional dem zurückgelegten Fallraum. Er glaubte hieraus die Proportionalität der Fallräume mit den Quadraten der Fallzeiten folgern zu können (Ediz. Nazionale, VIII, p. 373, 374). Er meinte später, durch andere Fehlschlüsse, diese Annahme im Widerspruch mit sich selbst zu finden (Dialogo 3). Er meinte, daß der doppelte Fallraum vermöge der doppelten Endgeschwindigkeit in derselben Zeit zurückgelegt werden müßte wie der einfache Fallraum. Da aber die erste Hälfte jedenfalls früher zurückgelegt wird, so mußte der Rest augenblicklich (ohne meßbare Zeit) zurückgelegt werden. Leicht folgt dann, daß die

Fallbewegung überhaupt eine momentane wäre.

Die Fehlschlüsse liegen hier klar zutage. Integrationen im Kopfe waren natürlich Galilei nicht geläufig, und er mußte bei dem Fehlen aller Methode notwendig irren, sobald die Verhältnisse etwas komplizierter waren. Nennen wir s den Weg, t die Zeit, so lautet die Galileische Annahme in unserer heutigen Sprache $\frac{ds}{dt} = as$, woraus folgt $s = Ae^{at}$, wobei a eine Erfahrungs- und A eine Integrationskonstante wäre. Dies ist eine ganz andere Folgerung als diejenige, welche Galilei gezogen hat. Sie paßt allerdings zur Erfahrung nicht, und Galilei hätte wahrscheinlich Anstoß daran genommen, daß für $t = 0$ doch s von 0 verschieden sein muß, wenn überhaupt Bewegung eintreten soll. Allein sich selbst widerspricht die Annahme keineswegs.

Nehmen wir an, Kepler hätte sich dieselbe Frage gestellt. Während Galilei stets nur nach dem Einfachsten griff und eine Annahme sofort fallen ließ, wenn sie nicht paßte, zeigt Kepler eine ganz andere Natur. Er scheut sich vor den kompliziertesten Annahmen nicht und gelangt, dieselben fort und fort allmählich abändernd, zum Ziel, wie dies die Geschichte der Auffindung seiner Gesetze der Planetenbewegung hinreichend dartut. Kepler hätte also wahrscheinlich, wenn die Annahme $\frac{ds}{dt} = as$ nicht gepaßt hätte, eine Unzahl anderer, darunter wahrscheinlich auch die richtige $\frac{ds}{dt} = \sqrt{as}$ oder $\sqrt{2gs}$ versucht. Damit würde aber die Dynamik einen wesentlich andern Entwicklungsgang genommen haben.

Bei der zweiten infinitesimalen Annahme Galileis, Proportionalität der Geschwindigkeit zur Fallzeit, stellen die Dreiecksflächen der Galileischen Konstruktion (Fig. 87) schön und anschaulich die zurückgelegten Wege dar, während bei der ersten Annahme die analogen Dreiecke gar keine phoronomische Bedeutung haben, weshalb wohl die Integration nicht gelang.

Unserer Meinung nach hat nun diesem geringfügigen historischen Umstand der Begriff „Arbeit“ die Mühe zu danken, mit welcher er sich nur sehr allmählich zu seiner gegenwärtigen Bedeutung emporarbeiten konnte. In der Tat mußte, weil zufällig die Abhängigkeit zwischen Geschwindigkeit und Zeit früher ermittelt worden war, die Beziehung $v = gt$ als die ursprüngliche, die Gleichung $s = \frac{gt^2}{2}$ als die nächste und $gs = \frac{v^2}{2}$ als eine entferntere Folgerung erscheinen. Führt man den Begriff Masse (m) und Kraft (p) ein, wobei $p = mg$, so erhält man (durch Multiplikation der drei Gleichungen mit m) die Sätze $mv = pt$, $ms = \frac{pt^2}{2}$, $ps = \frac{mv^2}{2}$, die Grundgleichungen der Mechanik. Notwendig mußten also die Begriffe *Kraft* und *Bewegungsquantität* (mv) ursprünglicher erscheinen als die Begriffe *Arbeit* (ps) und *lebendige Kraft* (mv^2). Kein Wunder also, daß überall, wo der Arbeitsbegriff auftrat, man immer versuchte, denselben durch die historisch altern Begriffe zu ersetzen. Der ganze Streit der *Leibnizianer* und *Cartesianer*, welcher erst durch d'Alembert einigermaßen geschlichtet wurde, findet darin seine volle Erklärung.

Unbefangen betrachtet, hat man genau dasselbe Recht, nach der Abhängigkeit von Endgeschwindigkeit und Zeit, wie nach der Abhängigkeit von Endgeschwindigkeit und Weg zu fragen und die Frage durch das Experiment zu

beantworten. Die eine Frage führt zu dem Erfahrungssatz: Gegebene gegenüberstehende Körper erteilen sich in gegebenen Zeiten gewisse Geschwindigkeitszuwüchse. Die andere lehrt: Gegebene gegenüberstehende Körper erteilen sich für bestimmte gegenseitige Verschiebungen gewisse Geschwindigkeitszuwüchse. Beide Sätze sind gleichberechtigt und können als gleich ursprünglich angesehen werden.

Daß dies richtig ist, beweist in unserer Zeit J. R. Mayer, eine von den Einflüssen der Schule freie moderne Galileische Natur, welcher in der Tat den letztern Weg selbständig eingeschlagen und dadurch eine Erweiterung der Wissenschaft hervorgerufen hat, wie sie auf dem Wege der Schule erst später, umständlicher und nicht in gleicher Vollständigkeit eingetreten ist. Für Mayer ist „Arbeit“ der ursprüngliche Begriff. Er nennt das Kraft, was in der Mechanik der Schule Arbeit genannt wird. Mayer fehlt nur darin, daß er seinen Weg für den einzig richtigen hält.

3. Man kann also nach Belieben die *Fallzeit* oder den *Fallraum* als *geschwindigkeitbestimmend* ansehen. Richtet man die Aufmerksamkeit auf den ersten Umstand, so stellt sich der Kraftbegriff als der ursprüngliche, der Arbeitsbegriff als der abgeleitete dar. Untersucht man den Einfluß des zweiten Umstandes zuerst, so ist gerade der Arbeitsbegriff der ursprüngliche. Bei Übertragung der durch Betrachtung der Fallbewegung gewonnenen Begriffe auf kompliziertere Verhältnisse erkennt man die Kraft als abhängig von der Entfernung der Körper, als eine Funktion der Entfernung $f(r)$. Die Arbeit auf der Wegstrecke dr ist dann $f(r)dr$. Auf dem zweiten Untersuchungswege ergibt sich die Arbeit auch als eine Funktion der Entfernung $F(r)$, die Kraft kennen wir aber dann nur in der Form $\frac{dF(r)}{dr}$ als Grenzwert des Verhältnisses: $\frac{\text{Arbeitszuwachs}}{\text{Wegzuwachs}}$.

Galilei hat vorzugsweise den ersten der beiden Wege kultiviert, und Newton hat ihn ebenfalls vorgezogen. Huygens, wenn er sich auch nicht ganz darauf beschränkt, bewegt sich mehr auf dem zweiten Wege. Descartes hat wieder in seiner Weise die Galileischen Ideen verarbeitet. Seine Leistungen sind aber den Newtonschen und Huygensschen gegenüber nicht von Belang, und der Einfluß derselben erlischt bald ganz. Nach Huygens und Newton geht aus der Vermeidung beider Denkweisen, deren Unabhängigkeit und Gleichwertigkeit nicht immer beachtet wird, die mannigfaltigste Verwirrung hervor, wie z. B. der erwähnte Streit der *Cartesianer* und *Leibnizianer* über das Kraftmaß. Bis in die neueste Zeit aber wenden sich die Forscher mit Vorliebe bald der einen, bald der andern Denkweise zu. So werden die Galilei-Newtonschen Gedanken vorzugsweise von der Poinsoischen, die Galilei-Huygensschen von der Ponceletschen Schule kultiviert.

4. Newton operiert fast ausschließlich mit den Begriffen Kraft, Masse, Bewegungsgröße. Sein Gefühl für den Wert des Massenbegriffs stellt ihn über seine Vorgänger und Zeitgenossen. Galilei dachte nicht daran, daß Masse und Gewicht verschiedene Dinge seien. Auch Huygens setzt in allen Betrachtungen die Gewichte statt der Massen, so z. B. bei den Untersuchungen über den Schwingungsmittelpunkt. Auch in der Schrift „De percussione“ (über den Stoß)

sagt Huygens immer „corpus majus“ (der größere Körper) und „corpus minus“ (der kleinere Körper), wenn er die größere oder kleinere Masse meint. Zur Bildung des Massenbegriffs war man erst gedrängt, als man bemerkte, daß *derselbe* Körper verschiedene Beschleunigungen durch die Schwere erfahren kann. Den Anlaß hierzu boten zunächst die Pendelbeobachtungen von Richer (1671–73), aus welchen Huygens sofort die richtigen Schlüsse zog, und die Übertragung der dynamischen Gesetze auf die Himmelskörper. Die Wichtigkeit des ersten Punkts sehen wir daraus, daß Newton durch eigene Beobachtungen an Pendeln aus verschiedenem Material die Proportionalität zwischen Masse und Gewicht an demselben Ort der Erde nachgewiesen hat („Principia“, Sect. VI de motu et resistentia corporum funependulorum). Auch bei Job. Bernoulli wird die erste Unterscheidung von Masse und Gewicht in der „meditatio de natura centri oscillationis“ („Opera omnia“, Lausannae et Genevae, T. II, p. 168) durch die Bemerkung herbeigeführt, daß derselbe Körper verschiedene Schwerebeschleunigungen annehmen kann. Die dynamischen Fragen nun, welche mehrere zueinander in Beziehung stehende Körper betreffen, erledigt Newton mit Hilfe der Begriffe, Kraft, Maß, Bewegungsgröße.

5. Huygens hat einen andern Weg zur Lösung derselben Probleme eingeschlagen. Galilei hatte schon erkannt, daß ein Körper vermöge der erlangten Fallgeschwindigkeit ebenso hoch steigt, als er herabgefallen ist. Indem Huygens (im „Horologium oscillatorium“) den Satz dahin verallgemeinert, daß der Schwerpunkt eines Körpersystems vermöge der erlangten Fallgeschwindigkeiten ebenso hoch steigt, als er herabgefallen ist, gelangt er zu dem Satze der Äquivalenz von Arbeit und lebendiger Kraft. Die Namen für seine Rechnungsausdrücke sind freilich erst viel später hinzugekommen.

Dieses Huygenssche Arbeitsprinzip ist nun von den Zeitgenossen ziemlich allgemein mit Mißtrauen aufgenommen worden. Man hat sich damit begnügt, die glänzenden Resultate zu benutzen ; die Ableitungen derselben durch andere zu ersetzen ist man stets bemüht gewesen. An dem Prinzip ist auch, nachdem Johann und Daniel Bernoulli dasselbe erweitert hatten, immer mehr die Fruchtbarkeit als die Evidenz geschätzt worden.

Wir sehen, daß immer die Galilei-Newtonschen Sätze ihrer größern Einfachheit und scheinbar größern Evidenz wegen den Galilei-Huygensschen vorgezogen wurden. Zur Anwendung der letztern zwingt überhaupt nur die Not in jenen Fällen, in welchen die Anwendung der erstern wegen der zu mühsamen Detailbetrachtung unmöglich wird, wie z. B. in der Theorie der Flüssigkeitsbewegung bei Johann und Daniel Bernoulli.

Betrachten wir aber die Sache genau, so kommt dem Huygensschen Prinzip dieselbe Einfachheit und Evidenz zu wie den zuvor erwähnten Newtonschen Sätzen. Daß (bei einem Körper) die Geschwindigkeit durch die *Fallzeit* oder daß sie durch den *Fallraum* bestimmt sei, ist eine gleich natürliche und einfache Annahme. Die Form des Gesetzes muß in beiden Fällen durch die *Erfahrung* gegeben werden. Daß also $pt = mv$ oder $ps = \frac{mv^2}{2}$, ist als Ausgangspunkt gleich

gut.

6. Geht man über zur Untersuchung der Bewegung mehrerer Körper, so bedarf man in beiden Fällen wieder eines Schrittes von gleichem Grad der Sicherheit. Der Newtonsche Massenbegriff rechtfertigt sich dadurch, daß mit dem Aufgeben desselben alle Regel der Vorgänge aufhören würde, daß wir sofort Widersprüche gegen unsere gewöhnlichsten und größten Erfahrungen erwarten müßten, daß die Physiognomie unserer mechanischen Umgebung uns unverständlich würde. Das Gleiche haben wir in bezug auf das Huygenssche Arbeitsprinzip zu bemerken. Geben wir den Satz $\sum ps = \sum \frac{mv^2}{2}$ auf, so können schwere Körper durch ihr eigenes Gewicht höher steigen, es hören alle bekannten Regeln der mechanischen Vorgänge auf. Auf das *instinktive* Moment, welches bei Auffindung beider Gesichtspunkte wirksam war, ist schon ausführlich eingegangen worden.

Natürlich hätten sich beide erwähnte Gedankenkreise viel unabhängiger voneinander entwickeln können. Da sie beide fortwährend miteinander in Berührung waren, so ist es kein Wunder, daß sie teilweise ineinandergelassen sind und daß der Huygenssche weniger abgeschlossen erscheint. Newton reicht mit den Kräften, Massen, Bewegungsgrößen vollständig aus. Huygens würde mit der Arbeit, der Masse und der lebendigen Kraft ebenfalls ausreichen. Da er aber den Massenbegriff noch nicht vollkommen hat, so muß derselbe bei den spätem Anwendungen dem andern Kreis entlehnt werden. Doch hätte dies auch vermieden werden können. Kann bei Newton das Massenverhältnis zweier Körper definiert werden durch das umgekehrte Verhältnis der durch dieselbe Kraft erzeugten Geschwindigkeiten, so würde es bei Huygens konsequent durch das umgekehrte Verhältnis der durch dieselbe Arbeit erzeugten Geschwindigkeitsquadrate definiert.

Beide Gedankenkreise betrachten die Abhängigkeit ganz verschiedener Momente *derselben* Erscheinung. Die Newtonsche Betrachtung ist insofern vollständiger, als sie über die Bewegung jeder Masse Aufschluß gibt; dafür muß sie aber auch sehr ins einzelne eingehen. Die Huygenssche gibt eine Regel für das ganze System. Sie ist nur bequem, aber dann sehr bequem, wenn die *Geschwindigkeitsverhältnisse* der Massen ohnehin schon bekannt sind.

7. Wir können also beobachten, daß bei Entwicklung der Dynamik ganz ebenso wie bei der Entwicklung der Statik zu verschiedenen Zeiten der Zusammenhang sehr verschiedener -Merkmale der mechanischen Vorgänge die Aufmerksamkeit der Forscher gefesselt hat. Man kann die Bewegungsquantität eines Systems durch die Kräfte als bestimmt ansehen, man kann aber auch die lebendige Kraft als durch die Arbeit bestimmt betrachten. Bei der Wahl der betreffenden Merkmale hat die Individualität der Forscher einen großen Spielraum. Man wird es nach den gegebenen Ausführungen für möglich halten, daß das System der mechanischen Begriffe vielleicht ein anderes wäre, wenn Kepler die ersten Untersuchungen über die Fallbewegung angestellt oder wenn Galilei bei seinen Überlegungen keinen Fehler begangen hätte. Man wird zugleich erkennen, daß für das historische Verständnis einer Wissenschaft nicht nur die

Kenntnis der Gedanken wichtig ist, welche von den Nachfolgern angenommen und gepflegt worden sind, sondern daß mitunter auch flüchtige Erwägungen der Forscher, ja sogar das scheinbar ganz Verfehlete sehr wichtig und sehr belehrend sein kann. Die historische Untersuchung des Entwicklungsganges einer Wissenschaft ist sehr notwendig, wenn die aufgespeicherten Sätze nicht allmählich zu einem System von halb verstandenen Rezepten oder gar zu einem System von *Vorurteilen* werden sollen. Die historische Untersuchung fördert nicht nur das Verständnis des Vorhandenen, sondern legt auch die Möglichkeit des Neuen nahe, indem sich das Vorhandene eben teilweise als *konventionell* und *zufällig* erweist. Von einem höhern Standpunkt aus, zu dem man auf verschiedenen Wegen gelangt ist, kann man mit freierm Blick ausschauen und noch neue Wege erkennen.

Es wurde dargelegt, daß die gegenwärtige Form unserer Mechanik auf einer historischen Zufälligkeit beruht. Dies wird in lehrreicher Weise beleuchtet durch die Ausführungen des Herrn Lt.-Colonel Hartmann: „Définition physique de la force. Congres international de philosophie“ (Genève 1905), S. 728. — Auch in „L’enseignement mathématique“ (Paris et Genève 1904), S. 425. Der Autor zeigt die Verwendbarkeit von den gebräuchlichen Auffassungen *verschiedener* Begriffe.

In allen dynamischen Sätzen, welche wir erörtert haben, spielt die *Geschwindigkeit* eine hervorragende Rolle. Dies liegt nach unsern Ausführungen daran, daß genau genommen jeder Körper zu allen andern in Beziehung steht, daß ein Körper und auch mehrere Körper nicht ganz isoliert betrachtet werden können. Nur unsere Unfähigkeit, alles auf einmal zu übersehen, nötigt uns, wenige Körper zu betrachten und von den übrigen vorläufig in mancher Beziehung *abzusehen*, was eben durch Einführung der Geschwindigkeit, welche die Zeit enthält, geschieht. Man kann es nicht für unmöglich halten, daß an Stelle der *Elementargesetze*, welche die gegenwärtige Mechanik ausmachen, einmal *Integralgesetze* treten (um einen Ausdruck C. Neumanns zu gebrauchen), daß wir direkt die Abhängigkeit der *Lagen* der Körper voneinander erkennen. In diesem Falle wäre dann der *Kraftbegriff* überflüssig geworden.

2.9 Die Hertzsche Mechanik.

1. Der vorige Abschnitt 8 ist 1883 niedergeschrieben. Er enthält namentlich im Absatz 7 ein allerdings sehr allgemeines Programm einer künftigen Mechanik, und man erkennt, daß die 1894 erschienene Mechanik von Hertz⁵ einen ganz wesentlichen Fortschritt in dem bezeichneten Sinne bedeutet. Es ist nicht möglich, von der Reichhaltigkeit des genannten Buches in den wenigen Zeilen, auf die wir uns hier beschränken müssen, eine zutreffende Vorstellung zu geben. Wir haben ja hier kein neues System der Mechanik, sondern die Entwicklung

⁵H. Hertz, Die Prinzipien der Mechanik in neuem Zusammenhang dargestellt (Leipzig 1894).

der Ansichten in bezug auf Mechanik darzustellen. Das Hertz'sche Buch muß eben von jedem, der sich für die Mechanik interessiert, gelesen werden.

2. Die Kritik der bisherigen Behandlung der Mechanik, welche Hertz seinen Aufstellungen vorausschickt, enthält sehr beachtenswerte erkenntniskritische Bemerkungen, die wir unserem Standpunkt gemäß, der weder mit der Kantschen, noch mit der atomistisch-mechanischen Ansicht der Mehrzahl der Physiker zusammenfällt, allerdings modifizieren müßten. Die „Bilder“ (oder vielleicht besser die Begriffe), die wir selbst uns von den Gegenständen machen, sind so zu wählen, daß deren „denknofwendige Folgen“ den „naturnotwendigen Folgen“ der Gegenstände entsprechen. Von diesen Bildern wird gefordert, daß sie logisch zulässig, d. h. in sich widerspruchsfrei, ferner richtig, d. h. den Beziehungen der Gegenstände entsprechend, und endlich zweckmäßig seien, möglichst wenig Überflüssiges enthalten. Unsere Begriffe sind in der Tat *selbstgemachte*, jedoch darum noch nicht ganz *willkürlich* gemachte, sondern aus einem *Anpassungsstreben* an die sinnliche Umgebung hervorgegangen. Die Übereinstimmung der Begriffe untereinander ist eine logisch notwendige Forderung, und diese logische Notwendigkeit ist auch die *einzig*e, welche wir kennen. Der Glaube an eine Naturnotwendigkeit entsteht nur, wo unsere Begriffe der Natur hinreichend angepaßt sind, um Folgerung und Tatsache in Übereinstimmung zu halten. Die Annahme einer genügenden Anpassung unserer Begriffe kann aber jeden Augenblick durch die Erfahrung widerlegt werden. Die Hertz'sche Forderung der Zweckmäßigkeit fällt mit unserer Forderung der Ökonomie zusammen.

Der Vorwurf des Mangels an Klarheit, den Hertz gegen die Galilei-Newtonsche Mechanik, namentlich gegen den Kraftbegriff vorbringt (S. 7, 14, 15), scheint uns nur gerechtfertigt gegenüber logisch mangelhaften Darstellungen dieses Systems, wie sie Hertz aus seiner Jugend- und Studienzeit wohl zufällig in Erinnerung haben mochte, und Hertz selbst nimmt ja diesen Vorwurf teilweise (S. 9, 47) wieder zurück oder mildert denselben wenigstens. Man kann jedoch logische Mängel einer *individuellen* Darstellung nicht dem System als solchem zuschreiben. Gewiß ist es heute nicht erlaubt (S. 7), von einer „einseitig“ wirkenden Kraft zu reden oder bei der Zentrifugalkraft „die Wirkung der Trägheit doppelt in Rechnung zu stellen, nämlich einmal als Masse, zweitens als Kraft“. Es ist dies aber auch gar nicht nötig, da schon Huygens und Newton hierin ganz klar waren. Die Kräfte als oft „leergehende Räder“, als sinnlich oft nicht nachweisbar zu bezeichnen, wird kaum zulässig sein. Jedenfalls sind die „Kräfte“ in diesem Punkt den „verborgenen Massen“ Wendung empfiehlt sich aber unsere gewöhnliche Mechanik, wie dies Hertz selbst (S. 47) mit der ihm eigenen Aufrichtigkeit hervorhebt.⁶

⁶Vgl. auch: *J. Classen*, Die Prinzipien der Mechanik bei Hertz und Boltzmann (Jahrb. d. Hamburgischen wissenschaftlichen Anstalten, XV, S. 1, Hamburg 1898).

2.10 Verschiedene Auffassungen der hier dargelegten Gedanken.

1. Die Ansichten, welche in den beiden ersten Kapiteln dieses Buches ausgesprochen wurden, habe ich vor langer Zeit gefaßt. Dieselben begegneten zunächst fast ausnahmslos einer sehr kühlen Ablehnung und erwarben sich erst allmählich Freunde. Alle wesentlichen Aufstellungen meiner Mechanik habe ich zuerst in meiner kleinen Mitteilung (5 Oktavseiten) „Über die Definition der Masse“ ausgesprochen. Es sind die S. 241–242 des vorliegenden Buches angeführten Sätze. Die Aufnahme dieser Mitteilung in die „Annalen“ wurde von Poggendorff abgelehnt, so daß dieselbe erst ein Jahr später (1868) in Carls „Repertorium“ erschien. In einem 1871 gehaltenen Vortrag habe ich meinen erkenntnistheoretischen Standpunkt in der Naturwissenschaft überhaupt, und insbesondere in der Physik genau bezeichnet. Der Begriff „Ursache“ wird daselbst durch den Funktionsbegriff ersetzt, die Ermittlung der *Abhängigkeit* der Phänomene voneinander, die *ökonomische* Darstellung des *Tatsächlichen*, wird als das Ziel, die physikalischen Begriffe lediglich als Mittel zum Zwecke erkannt. Die Verantwortung für den Inhalt dieses Vertrags wollte ich keinem Journalredakteur mehr zumuten; derselbe wurde 1872 als besondere Schrift gedruckt.⁷ Als nun Kirchhoff 1874 in seiner Mechanik mit seiner „Beschreibung“, mit Aufstellungen hervortrat, welche nur einem Teil der meinigen entsprachen, und gleichwohl dem „allgemeinen Staunen“ der Fachgenossen begegnete, da lernte ich mich bescheiden. Allmählich übte aber doch die große Autorität Kirchhoffs ihre Macht, was zweifellos auch zur Folge hatte, daß meine Mechanik bei ihrem Erscheinen 1883 nicht mehr so befremdlich wirkte. Bei dieser ausgiebigen Hilfe durch Kirchhoff konnte es mir ganz Nebensache sein, daß man meine prinzipiell physikalischen Darlegungen für weitere Ausführungen und Anknüpfungen an die Kirchhoff sehen hielt und teilweise noch hält, während erstere der Publikation nach in Wirklichkeit nicht nur die altern, sondern auch die radikalern sind.⁸

Die Zustimmung scheint sich im allgemeinen zu vermehren und allmählich auf größere Teile meiner Darstellung zu erstrecken. Meiner Abneigung gegen polemische Auseinandersetzungen würde es nun viel besser entsprechen, ruhig zu warten und zuzusehen, wieviel etwa von den ausgesprochenen Gedanken noch annehmbar gefunden wird. Allein ich kann den Leser über den bestehenden Widerspruch nicht im Unklaren lassen und muß ihm doch die Wege weisen, sich auch über dieses Buch hinaus zu orientieren, abgesehen davon, daß auch die Achtung der Gegner eine Berücksichtigung der Einwürfe fordert. Diese Gegner sind zahlreich und der mannigfachsten Art: Historiker, Philosophen, Metaphysiker, Logiker, Didaktiker, Mathematiker und Physiker. Auf keine dieser Qualitäten kann ich in erheblichem Maße Anspruch machen. Ich kann hier die wichtigsten Einwürfe nur hervorheben und beantworten in der Eigenschaft

⁷„Erhaltung der Arbeit“ (Prag 1872; 2. Aufl., Leipzig 1909).

⁸S. das Vorwort zur ersten Auflage.

eines Mannes, der das lebhafteste und naivste Interesse hat, das Wachstum der physikalischen Gedanken zu begreifen. Hoffentlich wird dies auch andern erleichtern, sich zurechtzufinden und sich ein eigenes Urteil zu bilden.

P. Volkmann, in seinen erkenntniskritisch-physikalischen Schriften⁹, zeigt sich als mein Gegner, nicht sowohl durch viele einzelne Einwürfe, als vielmehr durch sein Festhalten am Alten und durch seine Vorliebe für dasselbe. In der Tat ist es die letztere, die mich von ihm trennt. Denn sonst hat seine Art der Betrachtung viel Verwandtes mit der meinigen. Er akzeptiert die „Anpassung der Gedanken“, das Prinzip der „Ökonomie“ und der „Vergleichung“, wenn auch seine Darstellung sich durch individuelle Züge von der meinigen unterscheidet und die Ausdrücke verschieden sind. Ich finde andererseits das wichtige Prinzip der „Isolation“ und „Superposition“ passend hervorgehoben und treffend bezeichnet, so daß ich es gern annehme. Auch das will ich gern zugeben, daß die anfangs wenig bestimmten Begriffe durch einen „Kreislauf der Erkenntnis“, durch „Oszillation“ der Aufmerksamkeit eine „rückwirkende Verfestigung“ erfahren müssen. Daß, unter diesem letztern Gesichtspunkte betrachtet, Newton zu seiner Zeit ungefähr das Bestmögliche geleistet hat, habe ich selbst übereinstimmend mit Volkmann anerkannt. Ich kann aber nicht zustimmen, wenn Volkmann mit W. Thomson und Tait, auch gegenüber den wesentlich veränderten erkenntniskritischen Bedürfnissen der Gegenwart, die Newtonsche Leistung mustergültig findet. Mir scheint vielmehr die Durchführung des Prozesses der Verfestigung müßte immer zu Aufstellungen leiten, welche sich nur unwesentlich von den meinigen unterscheiden könnten. Den klaren und sachlichen Ausführungen von G. Heymans¹⁰ folge ich mit wahren Vergnügen, doch scheidet mich von ihm mein antimetaphysischer Standpunkt, mag derselbe nun als berechtigt anerkannt werden oder nicht. *Vorwiegend* Differenzen im *einzelnen* sind es, die ich mit Höfler¹¹ und Poske¹² auszutragen habe. Mit Petzoldt¹³ teile ich den prinzipiellen Standpunkt vollständig, und es sind nur Fragen von geringerer Bedeutung, in welchen wir auseinandergehen. Die zahlreichen Bedenken anderer, die sich auf die Argumente der vorgenannten berufen oder auf analoge Gründe stützen, können aus Rücksicht für den Leser nicht besonders behandelt werden. Es dürfte vielmehr genügen, die Art der *Differenzen* durch Herausgreifen einzelner wichtiger Punkte zu beleuchten.

2. Recht schwer scheint man sich noch immer mit meiner Definition der Masse zu befreunden. Streintz (vgl. S. 212) hat gegen dieselbe eingewendet, daß sie sich nur auf die Gravitation gründe, obgleich dies schon in der ersten Formulierung (1868) ausdrücklich ausgeschlossen war. Nichtsdestoweniger wird

⁹„Erkenntnistheoretische Grundzüge der Naturwissenschaft“ (Leipzig t 1886). — „Über Newtons Philosophie naturalis“ (Königsberg 1898). — „Einführung in das Studium der theoretischen Physik“ (Leipzig 1900). Wir zitieren nach der letzteren Schrift.

¹⁰„Die Gesetze und Elemente des wissenschaftlichen Denkens“, II (Leipzig 1894)

¹¹„Studien ZUT gegenwärtigen Philosophie der mathematischen Mechanik“ (Leipzig 1900).

¹²„Vierteljahrsschr. f. Wissenschaft!. Philosophie“ (Leipzig 1884, S. S85).

¹³„Das Gesetz der Eindeutigkeit“ (Vierteljahrsschr. f. wissenschaftliche Philosophie, XIX, S 148).

dies immer wieder vorgebracht, so auch neuerdings von Volkmann (a. a. O., S. 18). Die Definition berücksichtigt lediglich die Tatsache, daß in Wechselbeziehung stehende Körper, ob sogenannte Fernwirkungen, starre oder elastische Verbindungen in Betracht kommen, aneinander Geschwindigkeitsänderungen (Beschleunigungen) bestimmen. Mehr als dies braucht man nicht zu wissen, um mit voller Sicherheit und ohne Furcht, auf Sand zu bauen, definieren zu können. Es ist nicht richtig, wie Höfler (a. a. O., S. 77) behauptet, daß diese Definition *eine und dieselbe* auf beide Massen wirkende Kraft stillschweigend voraussetzt. Sie setzt nicht einmal den Kraftbegriff voraus, denn dieser wird erst auf dem Massenbegriff: aufgebaut und ergibt dann von selbst, alle Newtonschen Zirkel vermeidend, das Gegenwirkungsprinzip. Bei dieser Anordnung steht nicht eine Begriffsstufe auf einer andern, welche unter dieser zu weichen droht. Das ist eben, meine ich, das einzige erstrebenswerte Ziel der Volkmannschen Zirkulation und Oszillation. Hat man die Masse durch die Beschleunigungen definiert, so ist es nicht schwierig, hieraus *scheinbar neue* Begriffsvariationen, wie „Beschleunigungskapazität“, „Kapazität der Bewegungsenergie“ zu gewinnen (Höfler a. a. O., S. 70). Soll man mit einem Massenbegriff dynamisch etwas anfangen können, das muß ich nachdrücklich aufrechterhalten, so muß dieser Begriff ein *dynamischer* sein. Auf die Quantität der Materie an sich kann man die Dynamik nicht aufbauen, sondern man kann dieselbe höchstens durch Willkürlichkeiten ankleben (a. a. O., S. 71, 72). Die Quantität der Materie an sich ist niemals eine *Masse*, aber auch keine Wärmekapazität, keine Verbrennungswärme, kein Nährwert usw. Die „*Masse*“ spielt auch keine thermische, sondern nur eine *dynamische* Rolle (vgl. Höfler a. a. O. S. 71, 72). Dagegen gehen die verschiedenen physikalischen Quantitäten einander proportional. Und 2, 3 Körper von der einfachen Masse bilden vermöge der dynamischen Definition ebenso einen Körper von der 2, Stachen Masse, wie dies in analoger Weise von der Wärmekapazität vermöge der thermischen Definition gilt. Das instinktive Bedürfnis nach der Mengenvorstellung, dem Höfler (a. a. O., S. 72) wohl Ausdruck geben will und welche für den Hand- und Hausgebrauch auch ausreicht, wird niemand in Abrede1 stellen wollen. Ein wissenschaftlicher Begriff „Quantität der Materie“ wird sich aber erst aus der Proportionalität jener einzelnen physikalischen Quantitäten ableiten lassen, anstatt daß man den Begriff „Masse“ auf die „Quantität der Materie“ bauen könnte. Die Messung der Masse durch das Gewicht ergibt sich nach meiner Definition ganz von selbst, während bei der gewöhnlichen Auffassung die Meßbarkeit der Quantität der Materie mit *einerlei dynamischem* Maß entweder einfach vorausgesetzt wird (S. 230, 235), oder durch besondere Versuche erst nachgewiesen werden muß, daß gleiche *Gewichte* sich wirklich unter allen Umständen als gleiche Massen verhalten. Wie mir scheint, ist hier der Massenbegriff seit Newton überhaupt zum *erstenmal* eingehend analysiert worden. Denn Historiker und Mathematiker und Physiker scheinen die Frage als eine leichte, fast selbstverständliche behandelt zu haben. Sie ist aber von fundamentaler Bedeutung und dürfte auch die Aufmerksamkeit

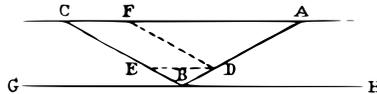
meiner Gegner verdienen.

3. Gegen meine Darstellung des Trägheitsgesetzes sind mannigfaltige Einwendungen vorgebracht worden. Ich glaube (1868) übereinstimmend mit Poske (1884) nachgewiesen zu haben, daß eine Ableitung dieses Gesetzes aus einem allgemeinen Prinzip, wie das Kausalgesetz, unzulässig ist, und diese Ansicht gewinnt nun auch Zustimmung (vgl. Heymans a. a. O., S. 432). Für von vornherein einleuchtend kann man gewiß einen Satz nicht halten, welcher erst seit so kurzer Zeit allgemein anerkannt ist. Heymans (a. a. O., S. 427) betont auch mit Recht, daß vor wenigen Jahrhunderten der gerade entgegengesetzten Behauptung axiomatische Gewißheit zugeschrieben worden ist. Nur darin, daß man das Trägheitsgesetz auf den *absoluten* Raum bezieht, und darin, daß in dem Trägheitssatz, sowie in dessen antikem Gegensatze, ein *Konstantes* in dem Zustande des sich selbst überlassenen Körpers angenommen wird, sieht Heymans (a. a. O., S. 433) etwas Überempirisches. Das erstere wird noch zur Sprache kommen, und das letztere ist auch psychologisch, ohne Hilfe der Metaphysik, verständlich, da nur *Beständigkeiten* uns intellektuell und praktisch fördern können, weshalb wir gerade nach diesen suchen. Nun hat es freilich mit diesen *axiomatischen Gewißheiten*, wenn wir uns dieselben unbefangen ansehen, ein eigentümliches Bewandtnis. Dem einfachen Manne wird man vergebens mit Aristoteles weismachen, daß der geschleuderte Stein nach dem Loslassen eigentlich sofort in Ruhe bleiben müßte und daß er nur wegen der nachdrängenden Luft weitergehe. Ebensowenig wird aber Galilei mit seiner unendlichen gleichförmigen Bewegung Glauben finden. Hingegen wird Benedettis Ansicht von der allmählich abnehmenden „vis impressa“, welche der Zeit des unbefangenen Denkens und der Befreiung von antiken Vorurteilen angehört, auch vom gemeinen Manne ohne Widerspruch angenommen werden. Diese Ansicht ist eben ein unmittelbares Abbild der Erfahrung, während die beiden vorher erwähnten, die Erfahrung im entgegengesetzten Sinne idealisierenden Ansichten ein Produkt des berufsmäßigen gelehrten Denkens sind. Die Illusion der axiomatischen Gewißheit üben dieselben auch nur auf den *Gelehrten*, dessen ganzes gewohntes Gedankensystem durch eine Störung dieser *Elemente* seines Denkens in Unordnung gerät. Es scheint mir hierdurch das Verhalten der Forscher gegenüber dem Trägheitssatz psychologisch genügend aufgeklärt, und ich möchte die Frage, ob man den Satz ein Axiom, ein Postulat oder eine Maxime nennen soll, vorläufig ruhen lassen. Heymans, Poske und Petzoldt sind darin in Übereinstimmung, daß sie an dem Trägheitssatze eine empirische und eine überempirische Seite finden. Nach Heymans (a. a. O., S. 438) hätte die Erfahrung nur den *Anlaß* gegeben, einen a priori gültigen Satz anzuwenden. Poske findet, daß der empirische Ursprung die apriorische Gültigkeit nicht ausschließt (a. a. O., S. 401, 402). Auch Petzoldt (a. a. O., S. 188) leitet das Trägheitsgesetz nur zum Teil aus der Erfahrung ab und hält es zum andern Teil für gegeben durch das Gesetz der eindeutigen Bestimmtheit. Ich glaube mich mit Petzoldt nicht in Widerspruch zu befinden, wenn ich folgende Fassung wähle: die Erfahrung muß zunächst lehren, *welche* Abhängigkeit der Erscheinungen voneinander besteht,

was das Bestimmende ist, und *nur* die Erfahrung kann dies lehren. Glauben wir aber hierüber ausreichend unterrichtet zu sein, so halten wir es bei zureichenden Daten für unnötig, weitere Erfahrungen abzuwarten; die Erscheinung ist für uns bestimmt, und zwar (weil nur dies eine Bestimmung überhaupt ist) *eindeutig* bestimmt. Wenn ich also erfahren habe, daß die Körper Beschleunigungen aneinander bestimmen, so werde ich in allen Fällen, wo ich solche bestimmende Körper vermisste, mit eindeutiger Bestimmtheit eine gleichförmige, geradlinige Bewegung erwarten. So ergibt sich das Trägheitsgesetz gleich in voller Allgemeinheit, ohne daß man mit Petzoldt spezialisieren müßte; denn jede Abweichung von der Gleichförmigkeit und Geradlinigkeit setzt Beschleunigung voraus. Ich glaube Recht zu haben, indem ich sage, daß mit dem Satze, daß die Kräfte beschleunigungbestimmend sind, und mit dem Satze der Trägheit, *dieselbe Tatsache zweimal formuliert ist* (S. 143). Gibt man dies zu, so entfällt auch der Streit darüber, ob in der Anwendung des Trägheitssatzes ein Zirkel vorliegt oder nicht (Poske, Höfler).

Aus einer Stelle¹⁴ des dritten Galileischen Dialogs, welche nach der Paduaner Ausgabe von 1744, T. III, S. 124, in meiner Schrift „Über die Erhaltung

¹⁴Die Stelle lautet: Constat jam, quod mobile ex quiete in *A* descendens per *AB*, gradus acquirit velocitatis juxta temporis ipsius incrementum; gradum vero in *B* esse maximum acquisitorum, et suapte natura imutabiliter impressum, sublatis scilicet causis accelerationis novae, aut retardationis; accelerationis inquam, si adhuc super extenso piano ulterius progredetur; retardationis vero, dum super planum acclive *BC* fit reflexio; in horizontali autem *GH* aequabilis motus juxta gradum velocitatis ex *A* in *B* acquisitae in infinitum extenderetur.



Dialogo sopra i due massimi sistemi del mondo. Dialogo secondo.

„Sagr. Ma quando l’artiglieria si piantasse non a perpendicolo, ma inclinata verso qualche parte, qual dovrebbe esser’ il moto della palla? andrebbe ella forse, come nel l’altro tiro, per la linea perpendicolare, e ritornando anco poi per l’istessa?“⁶⁴

„Simpl. Questo non farebbe ella, ma uscita del pezzo seguirebbe il suo moto per la linea retta, che continua la dirittura della canna, se non in quanto il proprio peso la farebbe declinar da tal dirittura verso terra.“

„Sagr. Talche la dirittura della canna e la regolatrice del moto della palla: ne fuori di tal linea si muove, o muoverebbe se’l peso proprio non la facesse declinare in giu. . . .“

Discorsi e dimostrazioni matematiche. Dialogo terzo.

Attendere insuper licet, quod velocitatis gradus, quicunque in mobili reperiatur, est in illo suapte natura indebiliter impressus, dum externae causae accelerationis, aut retardationis tollantur, quod in solo horizontali piano contingit: nam in planis declivibus adest jam causa accelerationis majoris, in acclivibus vero retardationis. Ex quo pariter sequitur, motum in horizontali esse quoque aeternum: si enim est aequabilis, non debiliatur aut remittitur, et multo minus tollitur.“

Wenn auch Galilei nur allmählich zur Kenntnis des Trägheitsgesetzes gelangte, wenn sich ihm dasselbe auch nur als ein gelegentlicher Fund darbot, die angeführten, der Paduaner Ausgabe von 1744 entnommenen Stellen lassen die Beschränkung dieses Gesetzes auf die horizontale Bewegung als , eine in dem behandelten Stoff begründete erscheinen, und die Annahme, daß Galilei gegen das Ende seiner wissenschaftlichen Laufbahn die volle Kenntnis des Gesetzes gefehlt habe, wird sich kaum aufrecht erhalten lassen.

der Arbeit“ wörtlich zitiert ist, habe ich entnommen, auf welche Weise Galilei in bezug auf die Trägheit wahrscheinlich zur Klarheit gelangt ist. Indem er sich den auf schiefer Ebene fallenden Körper auf verschiedenen ansteigenden Ebenen übergeleitet dachte, mußte ihm die geringere Verzögerung auf weniger ansteigenden absolut glatt gedachten Ebenen und die Verzögerung Null, also die endlose gleichförmige Bewegung, auf der Horizontalebene auffallen. Dagegen hat nun zuerst Wohlwill (vgl. S. 132) Widerspruch erhoben, und andere haben sich ihm angeschlossen. Wohlwill betont, daß bei Galilei die gleichförmige Kreisbewegung und die Horizontalbewegung noch eine Sonderstellung einnehmen, daß Galilei an antike Vorstellungen anknüpfend sich von diesen nur sehr allmählich befreit. Gewiß werden den Historiker die verschiedenen Phasen der Entwicklung seines Helden interessieren, und *eine* Phase kann da in ihrer Wichtigkeit vor den *übrigen* in den Hintergrund treten. Man müßte ja ein schlechter Psychologe und Selbstkenner sein, um nicht zu wissen, wie schwer man sich von überkommenen Ansichten losmacht und wie auch dann noch die Trümmer der alten Ansicht im Bewußtsein schwimmen und Rückfälle im einzelnen veranlassen, wenn dieselbe schon im allgemeinen überwunden ist. Galilei wird es nicht anders ergangen sein. Für den Physiker, für den Erkenntniskritiker aber wird gerade der Moment des *Aufleuchtens* einer *neuen Einsicht* das größte Interesse haben, und er wird demselben nachspüren. Ich habe ihn gesucht, glaube ihn gefunden zu haben und bin der Meinung, daß derselbe in der betreffenden angezogenen Stelle seine Spuren zurückgelassen hat. Poske (a. a. O., S. 393) und Höfler (a. a. O., S. 111, 112) glauben meiner Auffassung dieser Stelle nicht zustimmen zu können, weil Galilei den Grenzübergang von der geneigten zur Horizontalebene nicht ausdrücklich vornimmt, obwohl Poske anerkennt, daß solche Grenzübergänge von Galilei oft angewendet werden, und obwohl Höfler (a. a. O., S. 113) die didaktische Wirksamkeit dieser Wendung sogar an Schülern erprobt haben will. Man müßte sich wirklich wundern, wenn Galilei, der geradezu als Erfinder des Prinzips der Kontinuität gelten kann, in seinem langen Denkerleben das Prinzip nicht auch auf diesen für ihn wichtigen Fall angewendet hätte. Es ist auch zu bedenken, daß die Stelle nicht dem breit entwickelnden italienischen Dialog angehört, sondern in dogmatischer lateinischer Fassung kurz *Resultate* darstellt. So mag auch der „unzerstörbar eingeprägte Grad der Geschwindigkeit“ hineingeraten sein.

Der physikalische Unterricht, den ich genossen habe, war im ganzen wahrscheinlich ein ebenso schlechter, dogmatischer als jener, dessen sich die altern meiner Herren Gegner und Kollegen zu erfreuen hatten. Die Trägheit wurde als in das System passendes *Dogma* gegeben. Zwar konnte ich mir zurechtlegen, daß Absehen von den Bewegungshindernissen zu dem Satz führen, daß man denselben, wie Apelt sagt, durch *Abstraktion* entdecken könne; allein abseits liegend, nur für ein übermenschliches Genie sichtbar, blieb er doch immer. Und wo blieb die Garantie, daß mit dem Wegfall aller Hindernisse auch die Abnahme der Geschwindigkeit wegfiel? Poske (a. a. O., S. 395) meint, einen von mir wiederholt gebrauchten Ausdruck verwendend, Galilei habe den Satz unmittel-

bar „erschaut“. Was ist dieses Erschauen? Man sieht hierhin und dorthin und erblickt plötzlich etwas Gesuchtes oder auch Unerwartetes, das unser Interesse fesselt. Nun, ich habe eben gezeigt, wie dieses Erschauen sich ergab und worin es bestand! Galilei mustert verschiedene gleichförmig *verzögerte* Bewegungen und sieht unter diesen plötzlich eine *gleichförmige, endlose*, so absonderlich, daß sie für sich allein auftretend, sicher für ganz andersartig angesehen würde. Aber eine winzige Variation der Neigung verwandelt dieselbe in eine endliche verzögerte, wie wir sie oft gesehen haben. Und nun hat es keine Schwierigkeit mehr, die Gleichartigkeit aller Bewegungshindernisse mit der Verzögerung durch die Schwere zu erkennen, womit das *Idealbild* der unbeeinflussten, endlosen, gleichförmigen Bewegung gewonnen ist. Als ich, noch ein junger Mensch, diese Stelle Galileis gelesen hatte, da war mir ein ganz anderes Licht über die Notwendigkeit dieses Idealgedankes in unserer Mechanik aufgegangen, als durch den dogmatischen Unterricht. Ich denke, jeder wird dieses Licht wahrnehmen, der die Stelle naiv aufnimmt. Ich kann nicht zweifeln, daß vor allen Galilei dasselbe wahrgenommen hat. Mögen die Gegner zusehen, wie sich die Zustimmung vermeiden läßt!

4. Nun habe ich noch einen wichtigen Punkt zu besprechen. Ich habe im Gegensatz zu C. Neumann¹⁵, dessen bekannte Publikation über diesen Gegenstand der meinigen¹⁶ etwas vorausgeht, behauptet, daß die in dem Trägheitsgesetz in Betracht kommende Richtung und Geschwindigkeit keinen faßbaren Sinn hat, wenn das Gesetz auf den „absoluten Raum“ bezogen wird. In der Tat können wir Richtung und Geschwindigkeit durch Messung nur *bestimmen* in einem Raum, dessen Punkte unmittelbar oder doch mittelbar durch gegebene Körper gekennzeichnet sind. Neumanns Schrift und die meinige haben zwar den Erfolg gehabt, die Aufmerksamkeit wieder auf einen Punkt zu lenken, der schon Newton und Euler viel intellektuellen Schmerz bereitet hat, aber viel mehr als halbe Lösungsversuche sind nicht zum Vorschein gekommen. Ich bin bis jetzt der einzige geblieben, welcher das Trägheitsgesetz in naiver Weise auf die Erde und für Bewegungen von großer räumlicher und zeitlicher Ausdehnung auf den *Fixsternhimmel* bezogen wissen will. Eine Aussicht auf Verständigung mit der sehr großen Zahl meiner Gegner ist bei der tiefgehenden Verschiedenheit der Standpunkte sehr gering. Soweit ich aber die Einwürfe überhaupt zu *verstehen* vermochte, will ich dieselben beantworten.

Höfler (a. a. O., S. 120–164) ist der Meinung, daß man die *absolute* Bewegung deshalb leugnet, weil man dieselbe für „*unvorstellbar*“ hält. Es sei aber Tatsache der „*feineren Selbstbeobachtung*“, daß es Vorstellungen der absoluten Bewegung gebe. *Denkbarkeit und Erkennbarkeit* der absoluten Bewegung seien nicht zu verwechseln, nur die *letztere* fehle ... Nun gerade auf die Erkennbarkeit kommt es dem Naturforscher an. Nicht Erkennbares, nicht sinnlich Aufzeigbares hat in der Naturwissenschaft *keine Bedeutung*. Es fällt mir übrigens nicht ein, der *Vorstellung* eines Menschen Schranken zu setzen. Ich habe

¹⁵„Die Prinzipien der Galilei-Newton'schen Theorie“ (Leipzig 1870).

¹⁶„Erhaltung der Arbeit“ (Prag 1872).

zwar den leisen Verdacht, daß jemand, der sich eine „absolute Bewegung“ vorstellt, *gewöhnlich* an das Erinnerungsbild einer erlebten relativen Bewegung denkt; aber es sei darum, denn es kommt darauf so gar nicht an. Ich behaupte noch viel mehr als Höfler. Es gibt sogar *sinnliche Illusionen* einer absoluten Bewegung, welche daher auch immer in der Vorstellung reproduziert werden können. Jeder, der meine Versuche über Bewegungsempfindungen wiederholt hat, hat die ganze sinnliche Gewalt solcher Illusionen erlebt. Man meint da mit seiner ganzen Umgebung, welche gegen den eigenen Leib in relativer Ruhe verbleibt, fortzuffliegen oder sich zu drehen, in einem Räume, welcher durch nichts Faßbares gekennzeichnet ist. Man kann aber an den Raum der *Illusion* keinen Maßstab anlegen, kann denselben einem andern nicht demonstrieren, und derselbe ist für die metrisch-begriffliche Beschreibung der Tatsachen der Mechanik nicht verwendbar; derselbe hat mit dem Raum der Geometrie überhaupt nichts zu schaffen.¹⁷ Wenn endlich Höfler (a. a. O., S. 133) das Argument vorbringt: „bei jeder relativen Bewegung muß mindestens der eine der in bezug aufeinander sich bewegendenden Körper auch absolute Bewegung haben“, so kann ich nur sagen, daß demjenigen gegenüber, der die absolute Bewegung physikalisch überhaupt für sinnlos hält, dieses Argument gar keine Kraft hat. Mit philosophischen Fragen habe ich aber hier weiter nichts zu tun. Detailfragen zu erörtern, wie die von Höfler (a. a. O., S. 124–126) berührten, hätte vor Verständigung in der Hauptfrage keinen Zweck.

Heymans (a. a. O., S. 412–448) findet, daß eine induktiv-empirische Mechanik *hätte entstehen können*, daß aber *tatsächlich* eine andere eben auf den *nichtempirischen* Begriff der absoluten Bewegung gebaute Mechanik *entstanden* ist. Er hält die Tatsache für eine der empiristischen Theorie kaum lösbare Schwierigkeit, daß man von jeher (?) das Trägheitsprinzip, statt für die Bewegung in bezug auf irgendein nachweisbares Koordinatensystem, für die nirgends nachweisbare „absolute Bewegung“ hat gelten lassen. Dies betrachtet Heymans als ein Problem, das nur *metaphysisch* zu lösen ist. Darin kann ich Heymans nicht beistimmen. Heymans gibt zu, daß in der Erfahrung nur relative Bewegungen gegeben seien. Mit diesem Zugeständnis, sowie jenem der Möglichkeit einer empirischen Mechanik, bin ich vollkommen zufrieden. Den Rest glaube ich einfach und ohne Hilfe der Metaphysik erklären zu können. Die ersten dynamischen Sätze wurden ohne Zweifel auf empirischer Grundlage aufgestellt. Die Erde war der Bezugskörper. Der Übergang zu andern Koordinatensystemen fand ganz allmählich statt. Huygens sah, daß er die Bewegung der stoßenden Körper ganz ebenso leicht auf den Nachen, in welchem sie sich befanden, wie auf die Erde beziehen konnte. Die Entwicklung der Astronomie war jener der Mechanik um ein gutes Stück voraus. Als man nun Bewegungen bemerkte, welche,

¹⁷Man wird mir zutrauen, daß ich mir eine ernste Diskussion nicht dadurch erleichtern will, daß ich dieselbe ins Lächerliche ziehe. Bei Besprechung dieser Themen mußte ich aber unwillkürlich immer an die Frage denken, die ein sehr liebenswürdiger exzentrischer Mann einmal zu meiner wirklichen Belehrung in vollem Ernst diskutierte: „Ob eine Elle Tuch, von der man träumt, so lang sei wie eine wirkliche Elle Tuch“ — Sollte man wirklich die Traum-Elle als *Normalmaß* in die Mechanik einführen wollen?

auf die Erde bezogen, mit den schon bekannten mechanischen Gesetzen nicht in Einklang waren, hatte man nicht nötig, diese Gesetze gleich wieder aufzugeben. Der Fixsternhimmel war schon bereit, diesen Einklang als *neues* Bezugssystem mit dem geringsten Aufwand von Änderungen an den lieb gewordenen Vorstellungen wieder herzustellen. Man denke nur daran, welche Sonderbarkeiten und Schwierigkeiten sich ergeben hätten, wenn zur Zeit einer hohen Entwicklung der Mechanik und der beobachtenden Physik das Ptolemäische System noch in Geltung gewesen wäre, was ganz wohl denkbar ist.

Aber Newton hat doch die ganze Mechanik auf den absoluten Raum bezogen! In der Tat eine gewaltige Persönlichkeit! Es gehört kein großer Autoritätsglaube dazu, derselben zu unterliegen. Doch müssen wir auch ihm gegenüber Kritik üben. Es sieht sich sehr ähnlich, ob man die Bewegungsgesetze auf den *absoluten* Raum bezieht oder dieselben *abstrakt*, d. h. ohne ausdrückliche Bezeichnung des Bezugssystems, ausdrückt. Das letztere ist unverfänglich und sogar praktisch; denn bei Behandlung eines besondern Falles sieht sich jeder Mechaniker vor allem nach einem brauchbaren Bezugssystem um. Dadurch aber, daß das erstere, wo es *ernst* wurde, fast immer im letztern Sinne genommen wurde, ist der Newtonsche Gedanke in bezug auf den absoluten Raum weniger schädlich geworden und hat sich eben darum so lange gehalten. Daß in einer Zeit geringer erkenntnistheoretischer Kritik empirische Gesetze gelegentlich ins *Sinnlose* ausgedehnt worden sind, ist psychologisch und historisch verständlich. Es möchte sich darum kaum empfehlen, aus den Irrtümern und Nachlässigkeiten unserer wissenschaftlichen Vorfahren, statt dieselben zu korrigieren, seien es nun kleine oder auch große Leute, metaphysische Probleme zu machen. Ich will damit nicht sagen, daß dies nie geschehen ist. Es sei hier nochmals hervorgehoben, daß Newton in dem mehrfach genannten Corollar V, welches allein naturwissenschaftlichen Wert hat, sich nicht auf den absoluten Raum bezieht.

Die bestechendsten Gründe für die Annahme einer absoluten Bewegung hat vor vierzig Jahren schon C. Neumann (a. a. O., S. 27) vorgebracht. Stellt man sich einen rotierenden, also Zentrifugalkräften unterliegenden und abgeplatteten Himmelskörper vor, so kann durch das Verschwinden aller übrigen Himmelskörper an dessen Zustand nichts geändert werden. Derselbe rotiert fort und bleibt abgeplattet. Ist aber die Bewegung bloß relativ, so ist der Fall der Rotation von dem der Ruhe gar nicht zu unterscheiden. Alle Teile des Weltkörpers sind gegeneinander in Ruhe, und die Abplattung müßte also mit dem Verschwinden der übrigen Welt zugleich verschwinden. Dagegen habe ich zweierlei einzuwenden. Es scheint mir kein Gewinn, wenn zur Vermeidung eines Widerspruchs eine an sich sinnlose Annahme gemacht wird. Ferner scheint mir der berühmte Mathematiker von der gewiß sehr fruchtbaren Methode des Gedankenexperiments hier einen gar zu freien Gebrauch zu machen. Man darf im Gedankenexperiment unwesentliche Umstände modifizieren, um an einem Fall neue Seiten hervortreten zu lassen. Daß aber die Welt einflußlos ist, darf nicht von vornherein angenommen werden. In der Tat verschwinden die reizen-

den Paradoxien Neumanns erst mit dem Aufgeben des absoluten Raumes, ohne über das Coroll. V hinauszuführen.

Volkman (a. a. O., S. 53) will eine „absolute“ Orientierung durch den Weltäther vornehmen. Ich habe mich darüber schon ausgesprochen (in den altern Auflagen), bin aber recht gespannt darauf, wie ein Ätherteilchen von dem andern zu unterscheiden sein wird. Bis zur Auffindung dieser Unterscheidungsmittel wird man vorziehen, sich an den Fixsternhimmel zu halten und, wo dieser versagt, eingestehen müssen, daß ein Orientierungsmittel erst zu *suchen* ist.

5. Alles zusammengefaßt, kann ich nur sagen, daß ich nicht wüßte, was ich an meiner Darstellung ändern sollte. Die einzelnen Punkte stehen in einem notwendigen Zusammenhang. Nach der Erkenntnis des beschleunigungbestimmenden Verhaltens der Körper, welche durch Galilei und Newton zweimal formuliert wurde, einmal in *allgemeiner* und einmal in *spezieller* Form als Trägheitsgesetz, kann nur eine rationale Definition der Masse gegeben werden, und zwar nur eine dynamische. Es scheint mir dies durchaus nicht Geschmackssache.¹⁸ Der Kraftbegriff und das Gegenwirkungsprinzip folgen von selbst. Und die Ausschaltung der absoluten Bewegung ist gleichbedeutend mit Beseitigung des physikalisch Sinnlosen.

Es wäre nicht nur eine sehr subjektive, kurzsichtige Auffassung der Wissenschaft, sondern geradezu verwegen, wenn ich erwarten würde, daß gerade meine Vorstellungen sich den Gedankenkreisen der Zeitgenossen ohne Widerstand einfügen. Die Geschichte der Wissenschaft lehrt ja, daß die subjektiven wissenschaftlichen Weltbilder der Einzelnen stets von andern korrigiert und überdeckt werden. Und in dem Weltbild, welches sich die Menschheit aneignet, sind nach längerer Zeit von den Bildern selbst der bedeutendsten Menschen nur noch die stärksten Züge kenntlich. Der Einzelne kann nichts tun, als die Züge seines Bildes deutlich zeichnen.

¹⁸Auch der Hertzschen Mechanik fügt sich meine Massendefinition ganz organisch ein, viel natürlicher als seine eigene. Denn erstere enthält schon den Keim des „Grundgesetzes“.